ZEITSCHRIFT

FÜR PHYSIK UND MATHEMATIK.

PHYSIKALISCHE ABTHEILUNG.

I. Darstellung der Untersuchungen über die Bewegung einer Magnetnadel durch Einfluss schnell bewegter, sonst unmagnetischer Metalle.

Die von Arago zuerst angeregte Untersuchung der Einwirkung einer gedrehten Metallscheibe auf die Magnetnadel, scheint vorzüglich in England die Aufmerksamkeit der Physiker auf sich gezogen, in Deutschland hingegen nicht viel Zuspruch gefunden zu haben; wenigstens ist von Versuchen deutscher Gelehrten über diesen Punct nichts bekannt geworden, und doch verdient er die grösste Aufmerksamkeit und verspricht mannigfaltige Anwendung, wie schon Arago's Vorschlag, die Stärke einer Magnetnadel mittelst einer schnell umgedrehten Metallplatte zu schätzen, lehrt. Es dürfte desshalb keine ganz überflüssige Arbeit seyn, alles, was bis jetzt über diesen Gegenstand, als den neuesten im Felde des physikalischen Wissens, geschehen ist, kurz darzustellen.

1.

Babbage's, Herschels und Christie's Versuche.

(The philosophical magazine and journal. August. 1825.)

Babbage und Herschel haben die zuerst von Arago angestellten Versuche über die Ablenkung einer Magnetnadel durch schnell gedrehte Metallplatten wiederhohlt. Sie kehrten aber auch Arago's Verfahren um, ertheilten einem starken hufeisenförmigen Magnet eine schnelle Bewegung, hingen über demselben Stücke von Metallen und anderen Stoffen auf und bemerkten, in wie weit sie dem Magnet folgten. Sie erhielten deutliche Zeichen von Magnetismus an Platten von Kupfer, Zink, Silber, Zinn, Blei, Spiessglanz, Quecksilber, Gold, Wismuth und Kohlenstoff, in dem Zustande, wie er bei der Bereitung des Kohlenwasserstoffgases ausgeschieden wird. Beim Quecksilber war man der gänzlichen Abwesenheit des Eisens völlig gewiss. Andere Substanzen, wie Schwefelsäure, Harz, Glas und alle die Electricität nicht oder nur wenig leitenden Stoffe zeigten keine Spur einer magnetischen Wirkung.

Um die Grösse der Einwirkung dieser Substanzen verhältnissmässig in Zahlenwerthen ausdrücken zu können, wendeten sie zwei verschiedene Methoden an; sie beobachteten nämlich die Grösse der Ablenkung der Magnetnadel, wenn sie sich in einerlei Abstand von verschiedenen, in einerlei Form gegossenen gedrehten Platten befand, oder die Dauer der Umdrehung eines Systems neutralisirter (astatisch gemachter) Nadeln, das über denselben Platten aufgehängt ward. Es ist merkwürdig, dass diese zwei Methoden den beim

Versuch angewendeten Körpern denselben Rang anwiesen, aber beständig für Zink und Kupfer entgegengesetzte Resultate lieferten, wenn man nach der angewendeten Versuchsweise eines über oder unter das andere legte.

B. und H. untersuchten auch, welchen Einfluss es bei verschiedenen Metallen hat, wenn man sie sternförmig ausschneidet, und fanden Arago's Erfahrung, dass dadurch die Wirkung geschwächt wird, bestätiget. Sie überzeugten sich auch von dem sonderbaren Factum, dass die Wirkung eines Metalles, von dem man ein Stück getrennt hat, ganz oder grösstentheils wieder hergestellt wird, wenn man dasselbe wieder daran löthet, selbst in dem Falle, wo das gebrauchte Loth eine sehr geringe magnetische Wirkung ausübt. Das Gesetz, nach welchem die Kraft abnimmt, wenn die Entfernung wächst, fanden sie nicht constant, sondern zwischen dem der zweiten und dritten Potenz der Entfernung wechselnd.

Christie hat in Betreff der Erregung des Magnetismus im Kupfer die Resultate von Herschel's Versuchen bestätiget gefunden, bei denen eine Kupferscheibe durch das Rotiren eines oder mehrerer darunter angebrachter Magnete in Bewegung gesetzt wurde. Er fand auch, dass die Wirkung gleich stark ist, es mochten die gleichnamigen oder ungleichnamigen Pole dieser Magnete unmittelbar unter den Scheiben seyn.

Von diesen Umständen schliesst Ch., dass die magnetische Kraft des Kupfers äusserst vergänglich ist. Er hat auch die Anordnung der Magnete auf das mannigfaltigste abgeändert.

Ch. ging auch darauf aus, das Gesetz zu bestimmen, nach welchem die Kraft sich vermindert, wenn der Abstand des Magnetes von der Platte wächst. Aus seinen Versuchen scheint zu folgen, dass, wenn sich eine dicke Kupferplatte unter einer kleinen Magnetnadel bewegt, die ablenkende Kraft wächst, wie die Geschwindigkeit zunimmt, und die vierte Potenz der Entfernung abnimmt, dass aber diese Kraft verkehrt wie das Quadrat der Entfernung oder wie eine nicht beständige, innerhalb der zweiten und dritten liegende Potenz wächst, wenn ein grosser Magnet unter einer dünnen Kupferplatte in Bewegung gesetzt wird. Er untersuchte auch das Gesetz der Aenderung dieser Kraft, welches Statt findet, wenn sich das Gewicht der bewegten Kupferplatten ändert. Er meint, dass für mässige Entfernungen diese Kräfte dem Gewichte der Scheibe proportionirt seyen, dass sie sich aber bei sehr kleinen Entfernungen nach einer höheren Potenz der Distanz richten.

2.

Barlow's Versuche.

(The Edinburgh philos. journal. Nr. 25.)

Barlow hatte schon vor den hier aufgezählten Versuchen an einer um ihre Axe bewegten, eisernen Kugel eine besondere Einwirkung auf die Magnetnadel beobachtet, und auch in Verbindung mit Marsh die Arago'schen Versuche wiederhohlt. Es ergaben sich dabei mehrere neue Thatsachen: Sie spannten eine Bombe von 12 Z. Durchmesser in die Docke einer Spindel, welche durch eine Dampfmaschine in Bewe-

gung gesetzt wurde und fanden, dass eine nahe daran gestellte kleine Magnetnadel stark abgelenkt wurde, so lange die Rotation der Kugel dauerte, aber wieder in ihre alte Lage zurückkehrte, wenn die Bewegung aufhörte. Sie fanden auch gewisse Positionen der Magnetnadel, in denen sie keine Ablenkung erlitt, andere wo sie nach einer, noch andere, wo sie nach entgegengesetzter Richtung abgelenkt wurde.

Die Grösse dieser Ablenkung varirte innerhalb der Grenzen von 0° — 180°, je nachdem die Lage des Magnetes bei einerlei Entfernung der gedrehten Kugel und derselben Geschwindigkeit beschaffen war. In allen Fällen brachte aber eine Aenderung in der Richtung der Rotation eine in der Richtung der Ablenkung der Magnetnadel hervor. Während der Bewegung behielt der abgelenkte Magnet seine Lage fest bei, ohne zu oscilliren oder zu zittern, kehrte aber augenblicklich zu seiner alten Richtung zurück, sobald die Bewegung aufhörte. Die Wirkung war also ganz temporär und hing einzig von der Geschwindigkeit der Bewegung ab. Als Barlow sah, dass das Eisen des Drehapparates auf das Resultat seiner Versuche störend einwirke, construirte er sich eine andere Vorrichtung und fand die Gesetze, welche die Richtung eines Magnetes für alle Fälle und alle Lagen bestimmen.

Dieser Apparat war dem Gestelle einer Electrisirmaschine mit einem Cylinder ähnlich, wo sich statt des Cylinders eine Bombe befand, deren Durchmesser 8 Z. (englisch) und deren Gewicht beiläufig 30 Pf. betrug; die Füsse des massiven Tisches, der den Apparat trug, gingen durch den Fussboden, und ruhten auf dem Grunde. Die Bewegung wurde durch eine

Kurbel mittelst zweier Räder von 18 und 3 Zoll Durchmesser hervorgebracht. Diese Kurbel konnte leicht in einer Secunde zwei Umdrehungen machen und so der Bombe eine Bewegung von 720 Umdrehungen in der Minute ertheilen.

Ein mittelst Sandballast befestigter Träger mit einer horizontalen Platte wurde nahe an den Apparat gestellt. Er hatte einen halbkreisförmigen Ausschnitt, mittelst dessen man ihn so nahe an die Bombe stellen konnte als man wollte, und er liess sich höher und niedriger machen. Es konnte ihm also auch die Magnetnadel in jeder Richtung genähert, und sowohl unter als über die Bombe gestellt werden. Mehrere im Tisch angebrachte Löcher gestatteten, das Gestell in jedes Azimuth zu stellen. Die Bombe konnte man in zweifachem Sinne um eine horizontale Axe drehen.

Als nun der Träger bis zur Axe der Bombe erhöht, und die Magnetnadel successiv in verschiedene Lagen gegen dieselbe gebracht war, sah man sie, (vorausgesetzt, dass sie gegen den Einfluss der Erde durch einen anderen Magnet geschützt war) in jedem Azimuth den Nordpol gegen die Bombe wenden, wenn der obere Theil der Bombe gegen sie herabstieg, und dass dieses mit dem Südpol geschah, wenn die Bewegung nach entgegengesetzter Richtung erfolgte.

Führte man den Magnet, (im neutralisirten Zustande) so dass er mit der Drehungsaxe parallel stand, in einem verticalen Kreise um die Bombe herum, so stellte er sich in einer Höhe von 54° über dem Horizont der Drehungsaxe der Bombe senkrecht auf die Drehungsaxe, und der Nordpol ward nach einer Rich-

tung abgelenkt, welcher der des Rotirens entgegengesetzt war. Zwischen 54° — 90° Höhe stellte er sich auch senkrecht auf die Drehungsaxe, die Ablenkung war aber der vorigen entgegengesetzt, indem der Nordpol nach der Richtung der Bewegung der Bombe auswich. Diese Richtung behielt die Magnetnadel auf der anderen Seite der Bombe bis zu einer Höhe von 54° bei, wo sie wieder die vorige Lage annahm. Unter dem Horizonte verblieb sie in derselben Richtung bis zu einer Tiefe von 54°; war sie da angelangt, so wurde ihre Lage so wie oberhalb des Horizontes geändert.

Es gab daher vier Puncte, wo der Magnet seine Richtung bei derselben Richtung der drehenden Bewegung änderte, nämlich bei 54° ober und unter dem Horizonte zu beiden Seiten der verticalen. Drehte sich die Bombe nach entgegengesetzter Richtung, so änderte sich auch die Richtung der Ablenkung der Magnetnadel, aber die Puncte, wo eine fernere Aenderung eintrat, blieben dieselben; auch war diese Wirkung unabhängig von der Richtung der Axe der Rotation, sie mochte gegen Ost und West, oder gegen Nord und Süd gestellt seyn. Es muss aber der Apparat eine Geschwindigkeit von wenigstens 600 Umdrehungen in der Minute haben, um den vollen Effect hervorzubringen. Man kann hieraus den Schluss ziehen, dass der Bombe durch die blosse Rotation ihre magnetische Kraft ertheilt wird, dass diese aber augenblicklich verschwindet, wenn die Bombe aufhört, gedreht zu werden.

Diese Arbeiten wurden im December 1824 unternommen, und erst im April 1825 erfuhr Barlow

durch Gay-Lussac die von Arago angestellten Versuche, vermöge welcher eine leichte Magnetnadel in der Nähe und über einer Kupferplatte, die man schnell um eine verticale Axe dreht, abgelenkt wird, und zwar desto mehr, je schneller die Bewegung erfolgt; und dass sie bei einer sehr schnellen Bewegung nach einigen Oscillationen sogar selbst eine ziemlich schnelle drehende Bewegung erlangt.

Um diese Versuche zu wiederhohlen, ertheilte er mittelst des Rades seiner Drehmaschine einem verticalen Träger eine Bewegung, die er auf eine Geschwindigkeit von 45 Umdrehungen in einer Secunde bringen konnte, befestigte daran eine dünne Kupferscheibe von ungefähr 10 Zoll Durchmesser, stellte 1 Zoll darüber eine 5 Z. lange, in eine Büchse eingeschlossene Magnetnadel, liess die Bewegung beginnen, und sah die Nadel um fünf Grade nach der Richtung der Rotation abweichen, konnte aber keine ganze Umdrehung derselben hervorbringen. Als er aber die Magnetnadel mittelst eines Magnetstabes zum Theile neutralisirte, erlangte sie eine bedeutend schnelle drehende Bewegung. Grössere und schwerere Kupferscheiben gaben dasselbe Resultat, ohne dass man die Magnetnadel neutralisiren durfte.

Barlow wiederhohlte hierauf einen anderen Versuch Arago's, bei dem eine Eisenplatte zwischen die Magnetnadel und die Kupferscheibe gelegt wurde, und fand, dass dadurch die Einwirkung des Kupfers gänzlich aufgehoben werde.

Dann machte er einen von Ampére zuerst angegebenen Versuch, der darin besteht, dass eine sternförmig ausgeschnittene Kupferplatte schnell gedreht

wird. Man hatte ihm berichtet, dass eine solche gar keinen Effect hervorbringt. Er fand aber, dass dieser nur im Verhältniss zur weggenommenen Masse vermindert werde.

Eine Zinkplatte gab eine etwas kleinere Wirkung als eine von Kupfer. Eine eiserne Scheibe gab aber eine viel grössere als eine kupferne.

Eine in eine Büchse eingeschlossene kupferne Nadel, die sich über einer gedrehten Kupferplatte befand, zeigte sich zwar in einer geringen Bewegung, sie war aber zu zweideutig, als dass sich die Rotation der Kupferplatte als Ursache derselben angeben liesse.

Ein sehr schwerer Hufeisenmagnet, der mittelst eines Fadens an der Zimmerdecke aufgehängt wurde, gerieth durch das Drehen der Kupferplatte in eine Bewegung um sich selbst. Vorläufig war ein papierner Schirm zwischen den Magnet und die Scheibe gelegt.

Eine Kupferplatte, die über einer anderen, bewegten Platte aus Kupfer aufgehängt war, blieb unbeweglich. Dasselbe geschah über einer Eisenplatte.

Wurde eine Magnetnadel, die etwas kürzer war, als der Durchmesser einer Kupferplatte, an eine verticale Axe befestiget und schnell gedreht, und darüber eine Kupferplatte aufgehängt, so begann diese sich zu drehen. Ein Schirm von Papier trennte den Magnet von der Platte. Wurde die Scheibe in einer verticalen Ebene gedreht, und eine Magnetnadel nahe daran gestellt, so erfolgte keine Bewegung derselben, als aber letztere fast ganz neutralisirt, und ein Pol derselben gegen die Platte gerichtet war, wurde er nach der Richtung der Rotation abgelenkt, er

mochte der Nord- oder Südpol seyn; in der Richtung der verlängerten Drehungsaxe erlitt er aber gar keine Bewegung.

Barlow glaubt alle diese Erscheinungen erklären zu können, wenn er im Kupfer und in den anderen Metallen, an denen man eine Einwirkung auf eine Magnetnadel bemerkt, oder die von ihr afficirt werden, eine geringe magnetische Kraft annimmt. Er suchte seine Theorie durch einen Versuch zu beweisen, bei dem die Rotation keine Rolle spielt. Er neutralisirte eine Magnetnadel mit grösster Sorgfalt, und brachte nahe an einem ihrer Pole das Ende eines cylindrischen Kupferstabes. Der Einfluss war evident, denn die Magnetnadel bewegte sich um einige Grade. Wenn er den Stab wegzog, und ihn ihr, als sie beim Oscilliren wieder zurückkam, neuerdings näherte, brachte er sie noch um einige Grade weiter; in kurzer Zeit verwandelte sich die Abweichung in eine Rotation, und wurde durch die abwechselnden Annäherungen sehr schnell. Zwei oder drei andere Stücke von Kupfer gaben dieselbe Wirkung, während andere von derselben Gestalt und Grösse wenig oder gar keinen Effect hervorbrachten.

Merkwürdig ist noch ein Versuch von Sturgeon in Woolwich. Es wurde eine dünne Kupferscheibe von 5—6 Z. Durchmesser sehr leicht beweglich an eine Axe befestigt, und an einem Puncte ihres Umfanges ein kleines Gewicht angebracht, um ihr eine Neigung zum Oscilliren beizubringen; hierauf wurde der schwerere Theil bis zur Höhe der Axe gehoben, ausgelassen, und dann die Anzahl der Schwingungen gezählt, bis sie wieder in Ruhe kam.

Hierauf wurde derselbe Versuch wiederhohlt, während sich der schwerere Theil der Scheibe zwischen den Polen eines hufeisenförmig gebogenen Magnetes befand. Da war die Anzahl der Schwingungen wenigstens um die Hälfte grösser, als im vorigen Falle. Der Versuch ist der umgekehrte von dem, welchen Arago anstellte, und der zeigte, dass die Anzahl der Schwingungen einer Magnetnadel durch die Nähe von Scheiben aus Kupfer oder anderen Metallen vermindert wird.

Wenn man statt eines hufeisenförmig gebogenen Magnetes zwei Magnetstäbe mit ihren entgegengesetzten Polen anwendete, war die Wirkung dieselbe, während man fast keinen Effect bemerken konnte, wenn gleichnamige Pole gebraucht wurden. Dieses Resultat ist desshalb wichtig, weil es beweiset, dass die Einwirkung auf die Magnetnadel nicht von einer Art Widerstand eines Mittels abhängt.

3.
Versuche von Prevost und Colladon.

(Biblioth. univers. Aout. 1825. p. 316)

Die Versuche wurden mit einem Apparate angestellt, welcher dem Arago's ähnlich war. Nebst mehreren Versuchen, welche die englischen Physiker anstellten, wurden auch mehrere eigenthümliche gemacht, welche die Bekanntmachung verdienen:

Eine Scheibe, die aus spiralförmig gewundenem dicken Kupferdraht gebildet war, übte eine bedeutend kleinere Wirkung auf eine Magnetnadel aus, als eine ganze Scheibe desselben Metalls, bei derselben Grösse und einerlei Gewicht.

Eine mit Blei umgebene Glasplatte, ein Zinnplätt-

chen, das auf Holz ausgebreitet war, lenkten die Magnetnadel merklich ab. Holz oder Schwefel allein brachten keine wahrnehmbare Wirkung hervor. Dasselbe war mit Tritoxyd des Eisens der Fall.

Eine hart gehämmerte Kupferplatte wirkte stärker als eine ausgeglühte.

Ein Schirm aus Kupfer, oder aus Kupfer und Zink, der zwischen die Magnetnadel und die gedrehte Scheibe gestellt wurde, verminderte ihre Wirkung, ohne sie ganz aufzuheben, und zwar desto mehr, je dicker er war, und je näher er der Magnetnadel stand. Ein gläserner Schirm blieb ohne Einfluss.

War der metallene Schirm mit einer Oeffnung versehen, deren Durchmesser der Länge der Magnetnadel glich, so war sein Effect beinahe derselbe.

Ein im Mittelpuncte eines kupfernen Cylinders vertical aufgehängter Magnet blieb unbeweglich, man mochte den Ring nach was immer für einer Richtung und mit was immer für einer Geschwindigkeit drehen.

Stellte man zwei ähnliche und gleich magnetisirte Nadeln in demselben Sinne neben einander, so wuchs ihre Ablenkung; kehrte man diese Nadeln um, so dass sie ihre ungleichnamigen Pole einander zukehrten, so hörte alle Wirkung völlig auf.

Wurden zwei kleine, ähnliche Magnete an den Extremitäten eines kleinen, horizontalen Hebels befestiget, so dass die gleichnamigen Pole einerlei Richtung hatten, so drehte sich dieses System über einer rotirenden Scheibe in demselben Sinne, wie die Scheibe. Wurde aber einer dieser Magnete umgekehrt, so hörte alle Wirkung völlig auf.

Eine Magnetnadel, die so magnetisirt ist, dass

ihre Enden gleichnamige Pole bekommen, ist gegen bewegte Scheiben am empfindlichsten unter allen. Diese wurden auch von P. und C. bei den delicatesten Versuchen angewendet.

Aus diesen Versuchen schliessen P. und C., dass die genannten Wirkungen höchst wahrscheinlich von einer vorübergehenden Magnetisirung der Platten durch den Magnet hervorgebracht werden. Sie erklären so die Wirkung eines Schirmes, die Verminderung des Effectes in einer durchbrochenen Scheibe, und die Unempfindlichkeit eines Apparates, der aus zwei Magneten gebildet ist, deren gleiche Pole entgegengesetzte Richtungen haben.

Der in Scheiben von Kupfer und anderen Metallen entwickelte Magnetismus kann sich nicht so schnell ändern, als die Puncte der Scheibe beim Drehen ihren Platz wechseln; die durch den Einfluss des Magnetes gebildeten Pole kommen schief gegen die Magnetnadel zu stehen, bevor sie geändert werden, und ziehen sie daher nach der Richtung der Bewegung an.

Bei Versuchen, die angestellt wurden, um den Einfluss der Geschwindigkeit und der Entfernung der Scheiben zu bestimmen, zeigte sich, dass die Ablenkungswinkel, und nicht ihre Sinusse, wenigstens innerhalb gewisser Grenzen, im geraden Verhältnisse mit der Geschwindigkeit zunehmen, und dass die Sinusse der Ablenkungswinkel im verkehrten Verhältnisse mit der 2,2ten Potenz der Entfernung wachsen. Sie trugen Sorge, bei dieser Bestimmung Scheiben anzuwenden, deren Durchmesser gegen die Länge der Magnetnadel sehr gross war.

4.

Nobili's und Bacelli's Versuche.

(Biblioth. univers. Janvier. 1826.)

Nobili hat in Verbindung mit Bacelli eine Reihe von Versuchen über den Magnetismus des Kupfers und anderer Substanzen angestellt. Sie versuchten zuerst den Einfluss einer Kupferplatte auf die Schwingungen einer Magnetnadel, und fanden Arago's Erfahrung bestätiget: nur schien ihnen die Verminderung der Anzahl der Schwingungen nicht sehr bedeutend. Sie fanden, dass die grössten Differenzen bei den ersten und daher grössten Oscillationen Statt finden. So verlor eine Magnetnadel, die um 90° aus der Lage ihres Gleichgewichtes gebracht war, erst nach 12 Doppelschwingungen 30°, oscillirte sie aber in der Nähe einer Kupferplatte, so war der Verlust schon nach drei Oscillationen eben so gross; dann aber verminderte sich diese Differenz sehr schnell und die Zahl der Schwingungen ohne Einfluss des Kupfers verhielt sich zu der unter seinem Einfluss erfolgenden fast immer, wie 3:2.

Sie untersuchten auch die Wirkung verschiedener bewegter Metalle, indem sie aus ihnen Scheiben von gleichen Dimensionen verfertigten, welche mittelst Schrauben an einen Drehapparat angemacht wurden. Mittelst einer Kupferplatte gelang es ihnen leicht, mehrere Magnetnadeln umzukehren, besonders, wenn sie astatisch gemacht waren.

Um verschiedene Metalle zu vergleichen, merkten sie die Grösse der Ablenkung an, die sie bei gleicher Umdrehungsgeschwindigkeit, Entfernung etc. an ei-

ner Magnetnadel hervor brachten, und fanden, dass sie abgelenkt wurde

von einer	Kupferscheibe	um	55°
- -	Zinkscheibe	-	14°
- -	Messingscheibe	-	11°
- -	Zinnscheibe	-	10°
- -	Bleischeibe	-	8°.

Die Temperatur schien darauf keinen Einfluss zu haben, denn eine Kupferscheibe äusserte dieselbe Wirkung, sie mochte durch eine darunter gehaltene Lampe sehr erhitzt oder kalt seyn. Durchbrochene Scheiben wirkten im Verhältniss der weggenommenen Masse weniger.

Schlecht leitende Körper, z. B. Glas, Harz oder unvollkommen leitende, wie Holz, wirkten sowohl im trockenen als im feuchten Zustande nicht einmal auf eine äusserst empfindliche, neutralisirte Nadel. Als sie auf einer hölzernen Scheibe zwei Magnetstäbe anbrachten, konnten sie damit sowohl eine kupferne, frei hängende Nadel als auch eine ganz kupferne Scheibe in drehende Bewegung setzen; als aber eine Kupfernadel dem Einflusse einer grossen Kupferscheibe ausgesetzt wurde, konnten sie keine Bewegung bemerken.

Sie suchten nun die Frage zu beantworten, ob das Kupfer ein Mittel darbiete, Eisen zu magnetisiren. Sie brachten zu diesem Behufe am Drehapparate eine kupferne Röhre an, legten eine Nadel aus weichem und daher leicht zu magnetisirenden Eisen hinein, und brachten den Apparat in Bewegung, konnten aber selbst bei wiederhohlten Versuchen keine Spur einer Magnetisirung bemerken.

Sie setzten hierauf dem Einfluss einer gedrehten

Kupferscheibe Quecksilber aus, durch welches vom Centrum gegen die Peripherie ein electrischer Strom geleitet wurde, construirten bewegliche Leiter von verschiedener Form, und astatische Spiralen, die zwei dem Einfluss des Erdmagnetismus entzogene Magnetnadeln vorstellten, erhielten aber keine Spur einer Bewegung. Es war aber der electrische Strom sehr schwach und kam bloss von einem nach Wollaston's Angabe eingerichteten Elemente von 75 Q. Zoll Oberfläche.

Mit diesen von Arago zuerst angestellten Versuchen haben (nach Nobili) die von Coulomb über den Magnetismus mehrerer organischer und unorganischer Stoffe viele Aehnlichkeit, und es scheint, als liege beiden dieselbe Ursache zu Grunde. Die kleinen Cylinder, welche Coulomb zwischen den gleichnamigen Polen zweier mächtiger Magnete oscilliren liess, machten in dieser Richtung mehrere Schwingungen, als wenn die Magnete entfernt waren.

Es erklärt sich diese Zunahme der Schwingungen, wenn man annimmt, dass die Cylinder von den zwei Magneten etwas Magnetismus bekamen, und wiewohl in Arago's erstem Versuch eine Magnetnadel über Kupfer langsamer schwingt als ohne dieses, so steht diese Verzögerung doch mit der vorigen Beschleunigung in keinem Widerspruche, sondern erklärt sich auf dieselbe Weise, durch die Annahme, dass das Kupfer unter der Magnetnadel etwas magnetisirt ist. Denn lässt man einen Magnet über einer weichen Eisenscheibe oscilliren, so erfolgen die Schwingungen mit ausnehmender Langsamkeit und die Magnetnadel kommt nach wenigen Schwingungen zur Ruhe. Damit

aber dieses Statt finde, muss sie in mässiger Entfernung von der Eisenplatte angebracht seyn, denn wenn sie zu nahe ist, so hängt sie sich an einen Punct des Umfanges der Scheibe an. Die Beschleunigung in Coulombs Versuchen rührt daher, dass sich die Kraft der zwei Magnete mit der des Erdmagnetismus vereiniget, um die Cylinder in die Lage ihres Gleichgewichtes zu bringen, während die Verzögerung einer Magnetnadel über einer Eisenplatte darin ihren Grund hat, dass der Erdmagnetismus in jedem Augenblicke dem entgegengesetzt ist, welcher durch die Pole der Magnetnadel in dem Puncte der Eisenscheibe erregt wird, der sich gerade unter ihr befindet. Dieser Magnetismus ist zwar immer nur von kurzer Dauer, aber doch hinreichend, um die Magnetnadel zu hindern, ihren Platz zu verlassen.

N. und B. glaubten beim Beginn ihrer Versuche mit mehreren anderen Physikern, dass die von Arago entdeckten Thatsachen auf irgend einem Widerstande beruhen, den nicht magnetische Körper auf magnetische ausüben; sie änderten aber ihre Meinung aus mehreren Gründen, vorzüglich desshalb, weil unter der Voraussetzung eines solchen Widerstandes auch in Coulombs Versuchen eine Verzögerung statt einer Beschleunigung hätte eintreten müssen.

II. Neue Versuche über die Bewegung einer Magnetnadel durch schnell rotirende Metalle, von A. Baumgartner.

Aus der vorausgeschickten Darstellung sieht man, es haben sich viele ausgezeichnete Physiker mit der Untersuchung der Einwirkung schnell bewegter Metalle auf eine Magnetnadel beschäftigt, und die Versuche über diesen Punct so vielfach abgeändert, dass auf den ersten Blick in dieser Hinsicht nicht mehr viel übrig zu seyn scheint. Es haben aber überhaupt physikalische Versuche über einen neuen Gegenstand das Eigenthümliche an sich, dass sie einen zur Annahme einer bestimmten theoretischen Ansicht reitzen, nach der man sich dann den Plan zu weiteren experimentellen Untersuchungen entwirft, und so von einem Experimente zum anderen gleichsam fortgerissen wird. Auf diesem Wege gelangte ich zur Kenntniss einiger Thatsachen, die ich für neu, und desshalb der Bekanntmachung nicht ganz unwerth halte.

Ich bediente mich bei meinen Versuchen zweier verschiedener Drehapparate. Der eine diente bloss dazu, eine nicht gar grosse Metallplatte in eine schnelle und anhaltende drehende Bewegung zu versetzen, ohne die Geschwindigkeit derselben genau bestimmen zu können, und ist in Fig. 1 nach dem auf der Ebene der sich drehenden Metallplatte senkrechten Durchschnitte abgebildet. Die Metallplatte a ist an die Axe einer kleinen Rolle b angeschraubt, und mit dieser in eine hölzerne, mit einem Handgriff versehene Rah-

me eingesetzt, wovon sich ein Seitenstück c bei d um eine Charnier bewegen lässt, damit man die ganze Rahme öffnen, und die Platte nach Belieben wechseln kann. Soll sie in Bewegung gesetzt werden, so nimmt man einen langen Faden, macht daran eine Schlinge, hängt sie an einem eigends dazu bestimmten Stift der Rolle b, und wickelt den Faden durch Umdrehen der Metallscheibe auf, bis nur ein kurzes Stück davon übrig ist. Zieht man nun an diesem Stücke schnell und so stark an, dass der ganze Faden von der Rolle frei wird, so erlangt die Scheibe eine Geschwindigkeit, mit der sie mehr als 40 Umdrehungen in einer Secunde zu machen im Stande ist.

Wenn die Anzahl der Umdrehungen gemessen werden sollte, oder der Versuch mit grösseren Platten zu machen war, als obige Rahme erlaubte, so bediente ich mich einer Vorrichtung, bei welcher ein hölzernes, mit einer Kurbel versehenes Rad, dessen Axe vertical stand, mit einem kleineren, etwa $2\frac{1}{2}$ F. davon entfernten, mittelst einer Schnur ohne Ende in Verbindung war. Während einer Umdrehung des grösseren Rades drehte sich das kleinere achtmal. Das grössere Rad liess sich leicht nach dem Schlage eines nahe dabei befindlichen Secundenpendels drehen, und so konnte die Anzahl der Umdrehungen einer an der verticalen Axe des kleineren Rades befestigten Metallscheibe genau bekannt werden.

Da ich Anfangs nur die Absicht hatte, mir die einfachen Erscheinungen, welche von anderen angegeben wurden, vor Augen zu stellen, so bediente ich mich auch nur einer gewöhnlichen Magnetnadel, weil ich aber an ihr mittelst des kleinen oben beschriebe-

nen Apparates keine volle Umdrehung derselben hervorbringen konnte, so nahm ich zu einem starken Hufeisenmagnete meine Zuflucht, der mittelst eines etwa 4 Schuh langen Fadens frei aufgehängt war, und versetzte ihn durch die Nähe einer schnell bewegten Kupferscheibe von 6 Z. Durchmesser und $\frac{1}{2}$ L. Dicke in eine ziemlich schnelle drehende Bewegung.

Minder auffallend war ein ähnliches Phänomen, das ich an einem prismatischen, 16 Zoll langen, und 49 Q. Linien im Durchschnitte haltenden, stark magnetisirten Eisenstab hervorbrachte, der auf ähnliche Weise aufgehängt war.

Wären diese Erscheinungen auch die einzigen in diesem Gebiete, so würden sie schon hinreichen, um auf den Gedanken zu bringen, die Ablenkung der Magnetnadel sey die Wirkung des in der Metallplatte durch Vertheilung erregten Magnetismus, von welcher Seite auch die berühmtesten Physiker, welche sich mit diesem Gegenstande befassten, ihn zu betrachten pflegen.

Es ist nur noch die Frage, ob die durch Wirkung des Erdmagnetismus oder die durch die nahe Magnetnadel erzeugte magnetische Vertheilung der Metallplatte die Hauptrolle spiele. Zur Beantwortung dieser Frage wurde eine sehr genaue, vom hiesigen Universitäts-Mechanikus Hanáczik verfertigte, astatische Magnetnadel nach A m p é r e's Angabe in die Stellung gebracht, in welcher sie gegen den Erdmagnetismus geschützt war, und derselben eine Kupferplatte genähert, die sich im magnetischen Aequator bewegte, mithin auch durch den Erdmagnetismus nicht afficirt werden konnte. Alsogleich erfolgte eine starke Bewe-

gung der Magnetnadel, zum Beweise, dass die magnetische Vertheilung, welche durch die nahe Magnetnadel hervorgebracht wird, hinreichend sey, die Magnetnadel zu bewegen. Auch bei diesem Versuche zeigte sich der Einfluss der Grösse der Magnetnadel auf das besprochene Phänomen; denn wenn ich statt der starken, 4 Z. langen und $\frac{1}{3}$ L. dicken Magnetnadel, die eigentlich zum astatischen Apparat gehört, eine kleine, 1 Z. lange, aus Uhrfederstahl verfertigte nahm, und sie aufs beste astatisch stellte, so konnte ich durchaus keine Bewegung an ihr wahrnehmen, wenn ich dieselbe, eben so schnell gedrehte Kupferscheibe gehörig näherte.

Nun war aber noch nothwendig, den Einfluss des Erdmagnetismus, der doch, wenigstens nach unserer als richtig anerkannten Art, die magnetischen Phänomene zu betrachten, nicht wohl geläugnet werden konnte, für sich ebenso isolirt darzustellen, wie es vorhin mit den vom genäherten Magnete abhängigen geschah. Der einzige mir bekannte Weg hierzu war, den Einfluss einer schnell rotirenden Kupferscheibe auf einen unmagnetischen Kupferstreifen wirken zu lassen. Ich hing desshalb einen kupfernen, schmalen Streifen wie eine horizontal schwebende Magnetnadel mittelst eines ungedrehten feinen Seidenfadens auf, schloss ihn vollkommen in einen luftdichten gläsernen Recipienten ein, der dem Seidenfaden eine Länge von etwa 12 Z. gestattete, und befestigte diesen Recipienten mittelst einer eigenen Vorrichtung über einer horizontalen Kupferscheibe, die zum Rotiren in die Schnurmaschine eingesetzt war. Der Recipient war gegen jede Mittheilung der Bewegung von Seite des

Drehapparates möglichst gesichert, denn diese ruhte auf dem Fussboden, jener war an einer starken Seitenmauer befestiget. Es fand auch während des Rotirens der Kupferscheibe am Recipienten nicht die mindeste bemerkbare Bewegung Statt, denn kleine darauf gestreute Papierschnitzchen blieben ganz ruhig darauf liegen. Durch sanftes Drehen des Recipienten brachte ich es dahin, dass die kupferne Nadel beinahe im magnetischen Meridian stand. Sobald sie ganz bewegungslos dahing, wurde die Kupferscheibe sehr schnell gedreht, und alsogleich einige Unruhe an der Nadel bemerkt, nach diesem wich sie aber sehr merklich nach der Richtung des Rotirens der Kupferscheibe aus. Ich weiss wohl, dass berühmte Physiker diesen Versuch bereits früher angestellt, und keine Bewegung an der Kupfernadel bemerkt haben, ich besorgte daher anfangs sehr, im Irrthum zu seyn, allein der Versuch wurde wenigstens 15mal wiederhohlt, die Scheibe bald rechts bald links gedreht, und immer die Ablenkung nach der gehörigen Richtung bemerkt. Um aber doch noch sicherer zu seyn, drehte ich den Recipienten so, dass die Kupfernadel beinahe senkrecht auf dem magnetischen Meridian ruhig stand. Wäre nun eine kleine Erschütterung, oder irgend ein nicht magnetischer Einfluss im Spiele gewesen, so hätte sie wohl auch in dieser Lage, wie in der vorigen, durch die bewegte Kupferscheibe abgelenkt werden müssen, allein bei vielmal wiederhohlten Versuchen konnte ich da nicht die mindeste Ablenkung wahrnehmen, ein Umstand, der zugleich beweiset, dass beim ganzen Hergang der Sache nicht die etwa durch den Erdmagnetismus bewirkte magne-

tische Vertheilung an der Kupferscheibe, sondern die der Kupfernadel die Hauptrolle spielt. Eine eiserne, scheinbar unmagnetische Nadel zeigte dieselben Phänomene, jedoch nicht in dem Masse stärker, als ich es erwartete. An einer Zinknadel konnte ich (auf diesem Wege) keine Spur einer Ablenkung hervorbringen. Ob die kupferne Nadel eisenhältig ist, weiss ich nicht; sie wurde aber aus einem Blechstreifen mit einer eisernen Scheere abgeschnitten, und mit einem eisernen Hammer gerade gemacht.

Nach allem diesen scheint es, als sey man einigermassen berechtiget, anzunehmen, die Ablenkung einer Magnetnadel durch eine schnell rotirende Metallscheibe komme grösstentheils auf Rechnung eines in dieser Scheibe durch die Magnetnadel hervorgerufenen, magnetischen, aber nur vorübergehenden Zustandes. Demnach wäre die Einwirkung der Magnetnadel auf die Metallscheibe die erste Bedingung, unter welcher eine Rückwirkung dieser auf jene möglich wird, wiewohl diese Reaction das für uns sichtbare am ganzen Verlaufe der Sache ist.

Wenn sich alles dieses so verhält, so muss auch, dachte ich, ein electrisirter Körper, der beweglich über einer Metallscheibe aufgehängt ist, durch Drehen dieser Scheibe eben so in Bewegung gesetzt werden, wie eine Magnetnadel. Um den richtigen Gang meiner Schlüsse zu prüfen, hing ich über einer 2 F. im Durchmesser haltenden Kupferscheibe einen 1 Z. dicken, runden und 12 Z. langen messingenen Leiter mittelst eines sehr feinen Messingdrahtes so auf, dass der Leiter und der Draht isolirt war und letzterem von einer etwa 2 Klafter weit entfernten Electrisir-

maschine Electricität mitgetheilt werden konnte. Ich sah, dass der Leiter, wenn die Electrisirmaschine in Bewegung war, und ihm daher Electricität zugeführt wurde, vollkommen ruhig war; dass er aber augenblicklich in eine drehende Bewegung versetzt wurde, wenn man die Kupferplatte auch nur langsam drehte. Er folgte gleichsam der Scheibe, sie mochte von der Rechten zur Linken oder umgekehrt gedreht werden, ja wenn er eine Bewegung nach einer Richtung bereits schon angenommen hatte, so durfte man der Metallscheibe nur eine entgegengesetzte Richtung geben, um auch schnell am Conductor eine Aenderung der Richtung zu bewirken. Denselben Versuch wiederhohlte ich mit demselben, nur dem Grade nach geringeren Erfolg, mittelst der vorhin besprochenen Zinknadel, von der ich wusste, dass sie durch magnetischen Einfluss der Erde nicht abgelenkt wird.

Um die Bewegung einer Magnetnadel durch den Einfluss einer schnell gedrehten Metallscheibe erklären zu können, ist ausser der bisher angenommenen Voraussetzung noch nöthig anzunehmen, dass sich der magnetische Zustand der Scheibe nicht so schnell ändert, als die Magnetnadel ihren Ort über derselben wechselt, denn nur unter dieser Voraussetzung ist es möglich, dass die Magnetnadel von der Metallscheibe gleichsam angezogen wird. Dem gemäss muss daher auch die Geschwindigkeit, mit der die Scheibe gedreht wird, auf die Grösse der Ablenkung, oder auf die Zeit einer vollen Umdrehung der Magnetnadel einen Einfluss ausüben. Um die Abhängigkeit der Ablenkung der Magnetnadel oder ihrer Umdrehung von der Geschwindigkeit der rotirenden Scheibe deut-

lich vor Augen zu stellen, nahm ich zwei Magnetnadeln, deren jede etwa $1\frac{1}{2}$ Zoll lang, und aus Uhrfederstahl verfertigt war, spannte beide in eine messingene Klemmzange so ein, dass ihre gleichnamigen Pole, z. B. ihre Nordpole, einander zugewendet waren, während ihre Südpole sich an den beiden Extremitäten der so gebildeten Doppelnadel befanden, die eine astatische Magnetnadel vorstellte, sobald die beiden einzelnen Magnetnadeln, aus denen sie bestand, beinahe einerlei Stärke hatten. Mittelst der genannten Klemmzange wurden beide Nadeln an einen Seidenfaden aufgehängt, und alles in einen gut gegen jeden Luftzug verwahrten, gläsernen Recipienten eingeschlossen, und unterhalb eine Metallscheibe befestiget, welche an die vorhin genannte Schnurmaschine angebracht war. Am Boden des Recipienten war eine gerade Linie gezogen, die als Merkzeichen diente, um die Grösse einer Umdrehung der Magnetnadel genau schätzen zu können. Zur Beobachtung der Zeit einer solchen Umdrehung diente eine genaue Secundenuhr von Mahler in Günzburg, die in einer Secunde drei Schläge machte, und daher leicht $\frac{1}{3}$ S. angab. Die Resultate dieser Versuche, bei denen eine Kupferscheibe von 6 Z Durchmesser und $\frac{1}{3}$ L. Dicke angewendet wurde, enthält folgendes Verzeichniss;

Anzahl der Umdrehungen der Kupferscheibe in 1''	Zeit, in welcher drei Umdrehungen der Magnetnadel erfolgten.	Richtung der Bewegung der Kupferscheibe.
32	19 Secunden	von der Rechten zur Linken.
—	17 - -	
—	19 - -	
—	21 - -	von der Linken zur Rechten.
—	17 - -	
—	18 - -	
24	22 - -	von der Rechten zur Linken.
—	18½ - -	
—	20 - -	
—	22 - -	von der Linken zur Rechten.
—	19½ - -	
—	18 - -	
16	26 - -	rechts.
—	24½ - -	
—	27 - -	
—	22½ - -	links.
—	22 - -	
—	22½ - -	
8	24½ - -	rechts.
—	24 - -	
—	25 - -	
—	27 - -	links.
—	28 - -	
—	29 - -	

Bei der Reihe von Versuchen, wo nur 8 oder 16 Umdrehungen der Kupferscheibe in einer Secunde erfolgten, wurden eigentlich nur 1½ Umdrehungen der Magnetnadel gezählt, und das Doppelte der beobachteten Zeit als die angesetzt, welche zu 3 Umdrehungen nöthig gewesen wäre.

Aus diesem ist zu ersehen, dass die Zeit einer Umdrehung der Magnetnadel in einem kleineren Verhältnisse wächst, als die der Umdrehung der Metall-

scheibe; es wird aber hieraus das Gesetz des gegenseitigen Zusammenhanges beider Bewegungen keineswegs klar. Wahrscheinlich steht dieses mit der Gestalt der Magnetnadel und den Dimensionen der Scheibe in einem bestimmten Verhältnisse, das sich aber erst aus vielen, sehr mannigfaltigen Versuchen wird abnehmen lassen; dessungeachtet kann es zwischen der Anziehung eines Elementes der Magnetnadel und der Metallscheibe ein sehr einfaches Gesetz geben, das aber durch den Einfluss der Gestalt beider Körper (also durch Integration der aus der Elementaranziehung beider Körper gegebenen Gleichung) einigermassen verwickelt wird. Wiewohl ich aus den bereits angestellten Versuchen kein bestimmtes Gesetz auszumitteln im Stande war, so lehrte mich doch die Erfahrung, dass die Grösse der Ablenkung der Magnetnadel oder die Zeit einer Umdrehung nicht bloss von der Masse der Metallscheibe, auch nicht allein von der Stärke und Grösse der Magnetnadel, sondern vom Verhältnisse beider zu einander abhängt, wie es auch den Gesetzen der Vertheilung ganz angemessen ist. So konnte z. B. die Magnetnadel, welche zu dem vorher erwähnten Versuch gebraucht wurde, und über der 6 Zoll im Durchmesser haltenden Kupferplatte in eine ziemlich schnelle drehende Bewegung versetzt wurde, mittelst einer Kupferplatte von 2 F. Durchmesser, die eben so schnell bewegt ward, nicht ganz umgedreht werden. Dafür aber gerieth über ihr ein aus zwei Magnetstäben zusammengesetzter astatischer Magnet, wovon jeder der zwei Bestandtheile 16 Z. Länge und 49 Q. L. im Durchschnitt hatte, leicht in drehende Bewegung, es for-

derten aber drei volle Umdrehungen desselben bei 16 Rotationen der Kupferplatte beim ersten Versuch $63\frac{1}{2}$, beim zweiten 61, beim dritten 67, mithin im Durchschnitt 63.8 Secunden Zeit. Durch die 6zöllige Scheibe konnte sie in gar keine drehende Bewegung versetzt werden.

Der Einfluss der Gestalt der gedrehten Metallmasse zeigte sich vorzüglich deutlich bei Kugeln aus verschiedenen Metallen, deren jede 2 Zoll im Durchmesser hatte. Ich versuchte es, durch eine solche schnell bewegte Kugel aus Zink, Zinn, Blei, Wismuth und Eisen (diese hatte einen etwas grösseren Durchmesser) die vorhin beschriebene, kleine, astatische Doppelnadel abzulenken, aber ohne Erfolg. Selbst über einer Kugel aus einem natürlichen Magnete von etwa $1\frac{3}{4}$ Z. Durchmesser gerieth sie nur in unregelmässige Schwankungen, wie es zu erwarten war. Dasselbe Verhalten zeigte eine prismatische wohl magnetisirte Nadel aus reinem Nickel, die der berühmte Richter in Berlin verfertiget hatte, und die mir durch die Güte unsers hochgeachteten Freyherrn Joseph v. Jacquin zum Gebrauche überlassen ward. Sie hat nur eine Länge von etwa 2 Zoll und wurde von einer 4 Z. im Durchmesser haltenden Kupferscheibe deutlich, von der 2 schuhigen hingegen gar nicht merklich abgelenkt. Eine eiserne Scheibe von $1\frac{1}{2}$ Z. Durchmesser, welche mittelst des electrischen Stromes aus einer Leidnerflasche mit 6 magnetischen Polen versehen, und dann über der 6 zolligen, schnell gedrehten Kupferscheibe aufgehängt ward, erlitt auch eine starke Ablenkung, aber keine volle

Umdrehung, während sie über der grossen Scheibe ganz ruhig hängen blieb.

Wenn der vorausgeschickten Ansicht gemäss der magnetische Zustand der Kupferplatte an einer Stelle länger anhält, als der ihn erzeugende Magnet sich gerade über ihm befindet, so schien es mir wahrscheinlich, dass auch dieser Zustand nicht im ersten Augenblick der Annäherung der Magnetnadel an die Kupferplatte hervorgerufen werde. Ich stellte desshalb folgende Versuche an: Es wurde zwischen die Kupferplatte und die Magnetnadel eine Platte aus Eisenblech gebracht, von der ich wusste, dass sie den ganzen Einfluss jener auf diese abhalte, auf ein gegebenes Zeichen weggenommen, und die Zeit bestimmt, die von diesem Augenblick an bis zu dem verfloss, wo die Magnetnadel die erste Umdrehung vollendet hatte. Dann wurde ohne Dazwischenkunft der Eisenplatte die Kupferscheibe plötzlich in eine sehr schnelle Bewegung versetzt, und wieder die Zeit, von diesem Momente an, bis zur Vollendung der ersten Umdrehung bestimmt. Diese Zeit enthält für beide Fälle folgende Tabelle:

Zeit der ersten Umdrehung bei 32 Drehungen der Kupferscheibe in 1 Secunde.

Ohne Beiseyn der Eisenplatte.	Nach Wegnahme der Eisenplatte.
9 Secunden.	7 Secunden.
9 —	7 —
$9\frac{1}{2}$ —	9 —

Hieraus sieht man, dass die magnetische Vertheilung in einer auf diesem Wege unbestimmbaren Zeit

vor sich geht, ja es hat sogar den Anschein, als wäre der Einfluss des Magnetes auf die Kupferscheibe im zweiten Falle kräftiger als im ersten, welches aber wahrscheinlich daher kommt, dass man nicht im Stande war, der Kupferscheibe gleich auf das gegebene Zeichen die gehörige volle Geschwindigkeit zu ertheilen.

Wiewohl alle bisher angeführten Erscheinungen sehr zu Gunsten der früher aufgestellten Hypothese sprechen, so glaubte ich mich doch noch überzeugen zu müssen, dass die besprochenen Phänomene nicht von einem electrischen Zustande des gedrehten Metalles herrühren. Ich habe desshalb eine Kupferscheibe mit einer eben so grossen Zinkscheibe in Berührung gebracht, und beide mit einander in eine schnelle Rotation versetzt, dabei aber einmal die Kupfer- das anderemal die Zinkscheibe zu oberst angebracht, dann beide mittelst eines in verdünnter Schwefelsäure getränkten Papierlappen von einander zum Theile getrennt, und immer die Zeit gemessen, in welcher die darüber befindliche astatische Magnetnadel drei volle Umdrehungen vollbrachte. Die Resultate gibt folgende Tabelle, aus der man zugleich sieht, dass diese Phänomene keinem electrischen Einflusse zugeschrieben werden können:

Zeit von drei Umdrehungen der Magnetnadel.

17 Secunden.	Kupfer oben.
13½ —	
14½ —	
15 —	
15 —	

16 Secunden. 16 — 15½ — 16 — 15½ —	Zink oben.
19 — 14 — 15½ —	Zink und Kupfer mit dem feuchten Leiter. Das Kupfer oben.

III. Dulong's Untersuchung über das Brechungsvermögen elastischer Flüssigkeiten.

(Auszug aus: Annales de Chimie etc. Février 1826.)

Es ist bekannt, dass Dulong und Petit zwischen der specifischen Wärme und dem Atomengewichte der Körper ein merkwürdiges, sehr einfaches Verhältniss entdeckt haben. Die grosse Analogie, welche seit längerer Zeit zwischen den Hauptphänomenen des Lichtes und der Wärme bemerkt wurde, liess ersteren hoffen, dass sich für das Brechungsvermögen und die innere Constitution der Theile der Körper eine ähnliche Verbindung ableiten lassen werde, ja es war ihm wahrscheinlich, dass sich aus dem Brechungsvermögen die Modificationen, welche die Molleculn bei den chemischen Verbindungen erleiden, noch genauer werden erkennen lassen, weil sich dieses Vermögen schärfer bestimmen lässt, als die specifische Wärme. Dazu sind vorzüglich elastische Flüssigkeiten geeignet. Zu diesem Zwecke musste man aber das Brechungsvermögen aller einfachen und einer grossen Anzahl zusammengesetzter Gase genau

kennen. Biot's und Arago's musterhafte Arbeit über die Affinität der Körper zum Lichte liefert zu diesem Zwecke zu wenige Daten, und die von Arago und Petit hatte nur die Untersuchung zum Zwecke, ob die Wirkung eines Körpers auf das Licht seiner Dichte beständig proportionirt bleibt, wie es die Newton-sche Theorie fordert. Es mussten daher neue Forschungen eingeleitet werden, zu denen man vorzüglich zusammengesetzte Gase wählte, deren Elemente man im elastisch-flüssigen Zustande erhalten konnte. Da es sich nur um das Verhältniss des Brechungsvermögens aller Gase zu dem als Einheit angenommenen handelte, so konnte folgendes Verfahren hinreichen: Ein hohles Prisma mit zwei Glaswänden und einem brechenden Winkel von ungefähr 145° ward mit einem Apparate in solche Verbindung gesetzt, dass man daraus die atmosphärische Luft herausziehen, irgend eine andere trockene Luftart einfüllen, und sie verdünnen oder verdichten konnte, dabei aber den Grad ihrer Wärme und Dichte zu beurtheilen im Stande war. Sah man nun mittelst eines fest aufgestellten Fernrohres durch das Prisma auf ein weit entferntes Ziel, so konnte man es durch Verdichtung oder Verdünnung der darin befindlichen Luft immer dahin bringen, dass dieses Ziel an derselben Stelle im Gesichtsfelde des Fernrohrs blieb. Wurde nun das von Biot und Arago erwiesene Gesetz, dass die Zu- oder Abnahme der Geschwindigkeit eines Lichtstrahles in einem Mittel im einfachen Verhältnisse mit der Dichte dieses Mittels steht, als richtig angenommen, so konnte man durch eine einfache Proportion das Verhältniss der Zu- oder Abnahme der Geschwindigkeit des Lichtes in jeder Luftart

gen die in der atmosphärischen Luft bei gleicher Elasticität beider Flüssigkeiten berechnen. Man sieht leicht ein, dass dieses Verfahren sehr scharfe Resultate geben muss, weil man bei jedem Versuch sehr schnell die nöthigen Messungen vornehmen kann, und daher alle während dieser Zeit vorfallenden Veränderungen von wenig Belang seyn können. Die möglichen Fehler, welche durch das mechanische Verfahren bei diesen Versuchen begangen werden können, hält Dulong für kleiner als $\frac{1}{3000}$ des ganzen Effectes; er konnte dieses mit Recht, indem sein Verfahren von jeder Theilung, von dem Parallelismus der Wände der Glasplatten, aus denen das Prisma besteht, vom brechenden Winkel desselben etc. unabhängig ist. Die grössten Fehler, die vorkommen konnten, hängen von der Reinheit der Gase ab, und auf diese Rechnung mögen auch die Differenzen kommen, welche zwischen den von Biot und Arago und denen von Dulong gefundenen Resultaten Statt finden. Desshalb gibt Dulong für jede Luftart das Verfahren an, wodurch er sie erzeugt hat. Sauerstoffgass bereitete er aus vorläufig geschmolzenem Chlorkali, und leitete es durch Kalilauge und durch eine Röhre mit Stücken von feuchtem Kali; Stickgas aus atmosphärischer Luft durch Verbrennen des Phosphors. Es wurde mit einer Lösung von Chlor und mit Kalilauge gewaschen. Stickgas, das durch Zersetzung des Salpetergases mittelst rothen Kupfers bereitet wird, hat genau dasselbe Brechungsvermögen wie das vorige. Dieses ist auch der einzige bisher bekannte Beweis, für die Identität des Radicals der Salpetersäure und des Gases, das übrig bleibt, wenn

man von der Luft das Oxygen und die Kohlensäure absorbirt hat.

Hydrogengas wurde durch käufliches Zink und Schwefelsäure bereitet, die von Salpetersäure frei war, in einer starken Kalilauge gewaschen, und dann durch eine Röhre mit angefeuchteten Stücken von Pottasche geleitet. Es war geruchlos. Chlorgas ward mittelst von Kohlensäure freien Manganoxyds erzeugt und durch eine lange Wassersäule geleitet; Kohlensäuregas aus weissem Marmor mittelst Salpetersäure, und hierauf durch eine lange Röhre mit zuerst krystallisirter dann zerstossener, kohlensaurer Sode, geleitet. Stickgasoxyd erzeigte D. durch Zersetzung des salpetersauren Ammonium mittelst gelinder Wärme und leitete es successiv durch Kalilauge und Schwefelsäure; salpeteriges Gas aus salpetrigsaurem Kali, das durch Calcination des Salpeters erhalten und durch Salpetersäure zersetzt war. Es ging durch Wasser und über feuchte Pottasche. Ammoniakgas wurde aus reinem tropfbaren Ammonium, Salzsäuregas aus tropfbarer, sehr reiner Säure entwickelt. Kohlenstoffoxydgas erhielt er aus einer reinen Mischung von weissem Marmor und Eisen, deren beide vorher calcinirt waren. Der darin enthaltene Wasserstoff wurde wohl berücksichtiget. Blausäure aus wohl getrocknetem neutralen blausauren Quecksilber. Das Gas blieb drei Tage in Berührung mit rothem Quecksilberoxyd, und das darin enthaltene Stickgas wurde bestimmt. Oehlbildendes Gas nach S a u s s u r e. Es wurde mittelst Pottasche vom Wasser, Kohlensäure, schwefeliger Säure und vom Aether befreit. Sumpfluft (gas des marais) wurde am Flusse Bièvre gesammelt. Sie enthielt ungefähr

$\frac{1}{10}$ Schwefelwasserstoffgas und Kohlensäure, ward durch Phosphor nicht vermindert, und enthielt nur 2,8 p. C. Azot, welches auch berücksichtiget wurde. Es absorbirte zweimal sein Volumen Oxygengas, gab 1 Volumen Kohlensäuregas, wie es der von den meisten Chemikern angenommenen Zusammensetzung dieses Gases gemäss ist. Salzäther ward nach Thenard bereitet und vom Alkohol befreit, Wasserstoffblausäure nach Gay-Lussac, wasser- und Salzsäurefrei. Phosgengas nach Davy. Es wurde auf die Wasserstoffchlorsäure Rücksicht genommen, die sich aus dem im Kohlenstoffoxyd enthaltenen Hydrogen bildete. Schwefelige Säure durch Quecksilber und von Salpetersäure freie Schwefelsäure. Das Gas wurde gewaschen. Schwefelwasserstoffgas aus Schwefelspiessglanz mittelst Wasserstoffchlorsäure. Gephosphortes Wasserstoffgas aus phosphatischer Säure durch die Wärme. Der Schwefeläther kochte bei 35°.

Der Werth der von Dulong gefundenen Resultate beruht nebst der Genauigkeit des mechanischen Verfahrens und der Reinheit der Gase auch noch auf dem Grundsatze, dass die Zu- oder Abnahme der Geschwindigkeit des Lichtes beim Eintritt in ein heterogenes Mittel der Dichte desselben proportionirt ist. Als Belege für die Richtigkeit dieses Grundsatzes führt D. folgende Beispiele an:

Gemenge aus Kohlensäuregas und atm. Luft bei 23° C.	Kohlensäuregas	730,5	25.88
	atmotsph. Luft	2092	74.12
			100.

Die Ablenkung des Lichtes war dieselbe, wenn die Elasticität

der atmosph. Luft $0^{m}.5757$
des Gemenges $0^{m}.3054$ war.

Es ist daher das Verhältniss des Zuwaches an Geschwindigkeit in dem Gemenge und in der atm. Luft wie 1,136 : 1.

Der Werth des Brechungsvermögens von Kohlensäuregas = 1.523 führt genau zu demselben Resultate, wenn er nach dem angeführten Grundsatze berechnet wird.

Gemenge aus gleichen Theilen Wasserstoffgas und Kohlensäuregas bei 21° C.

Elasticität der atm. Luft = $0^{m}.5326$
- - des Gemenges = $0^{m}.5317$

Beobachtetes Brechungsvermögen = 1.0017

Berechnetes Brechungsvermögen = 0.999

Bei einerlei Elasticität ist das Brechungsvermögen
von Oxygengas = 0.924
- Azotgas = 1.02
- Kohlensäuregas = 1.526.

Nimmt man in der atmosph. Luft 0,21 Oxygen, 0,69 Azot an, so wird ihr Brechungsvermögen = 0.99984. Gibt man dazu 0.00026 auf Rechnung des Brechungsvermögens von 0.0005 Theilen Kohlensäure, die sich darin befinden, so bekommt man 1.0001 als das berechnete Brechungsvermögen der atm. Luft.

Die Resultate der Untersuchung von 22 Gasarten, wenn sie auf einerlei Elasticität reducirt werden, sind in folgender Tafel enthalten, wobei zu bemerken ist, dass die Beobachtungen bei 8 — 32° C. genau dieselben Werthe gaben und dass daher die Tempera-

tur innerhalb dieser Grenzen auf das Verhältniss des Brechungsvermögen keinen Einfluss äussert.

Name der Gasart.	Brechungs-vermögen.	Dichte.
Atmosphärische Luft . .	1	— —
Oxygen	0.924	1.1026
Hydrogen	0.470	0.0685
Azot	1.020	0.976
Chlor	2.623	2.47
Azotoxyd	1.710	1.527
Salpetriges Gas	1.03	1.039
Hydrochlorgas	1.527	1.254
Kohlenoxydgas	1.157	0.972
Kohlensäure	1.526	1.524
Blausäure	2.832	1.818
Oehlbildendes Gas . . .	2.302	0.980
Sumpfgas	1.504	0.559
Salzäther	3.72	2.234
Hydrokyansäure	1.531	0.944
Ammoniak	1.309	0.591
Phosgengas	3.936	3.442
Schwefelwasserstoffgas . .	2.187	1.178
Schwefeliges Gas	2.260	2.247
Schwefeläther	5.197	2.580
Kohlensulphurid	5.110	2.644
Phosphor. Wasserstoffgas in Minimum	2.682	1.256

Die Dämpfe von Salz- und Schwefeläther und von Schwefelcarbonid wurden bei einer zwei oder dreimal geringeren Dichte untersucht, als die ist, welche ihrem Maximum entspricht. Nimmt man diese Dämpfe beim Maximum ihrer Dichte, so findet man das Brechungsvermögen, wie folgt:

Salzäther = 3,87
Schwefelcarbonid = 5.198
Schwefeläther = 5.290.

Die hier angegebenen Zahlen sind von jeder Hypothese über die Natur des Lichtes unabhängig. Nach der Emanationshypothese drücken sie die Verhältnisse der Zunahme der Geschwindigkeit des Lichtes bei seinem Durchgang durch die entsprechenden Gasarten aus, wenn man diese Zunahme in der atmosphärischen Luft als Einheit annimmt. Da nach Delambre's Beobachtungen und Biots und Arago's directen Messungen die Zunahme der Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft bei 0° C. Wärme und $0^{m},76$ (28 Z.) Luftdruck 0.000294 von der Geschwindigkeit im leeren Raume beträgt, so darf man diese Zahl nur mit obigen Werthen multipliciren, um die absoluten Werthe des Zuwachses an Geschwindigkeit bei einerlei Temperatur und bei demselben Druck zu bekommen, und nur die Geschwindigkeit im leeren Raume, nämlich 1 dazu setzen, um die Brechungsexponenten beim Uebergang des Lichtes aus dem leeren Raume in die entsprechende Gasart zu erhalten. Aus diesen endlich lässt sich leicht der Ausdruck für das Brechungsvermögen bestimmen.

Will man diese Ausdrücke nach dem Sinne der Vibrationshypothese einrichten, so braucht man nur die absoluten Werthe der Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft und in anderen Gasarten zu ändern, die Exponenten des Brechungsverhältnisses bleiben dieselben. Die Werthe des Brechungsvermögens stellen dann die Zunahme der Dichte des Aethers der in jedem Gas enthalten ist, vor, wenn man voraussetzt, dass die Ungleichheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen bloss vom Unterschiede der Dichte des Aethers herkomme.

Folgende Tafel enthält die Brechungsverhältnisse und das Brechungsvermögen der Gase bei einer Temperatur von 0° C. und einem Luftdrucke von 0,76.

Name der Gasart.	Brechungsverhältniss.	Brechungsvermögen.	Dasselbe nach Biot u. Arago.
Atmosphär. Luft . .	1.000294	0.000589	0.000589
Oxygen	1.000272	0.000544	0.000560
Hydrogen	1.000138	0.000277	0.000285
Azot	1.000300	0.000601	0.000590
Ammoniak	1.000385	0.000771	0.000762
Kohlensäure	1.000449	0.000899	0.000899
Chlor	1.000772	0.001545	
Hydrochlor	1.000449	0.000899	0.000879
Stickstoffoxyd . . .	1.000503	0.001007	
Salpetergas	1.000303	0.000606	
Kohlenstoffoxyd . .	1.000340	0.000681	
Blaustoff	1.000834	0.001668	
Oehlbildendes Gas	1.000678	0.001356	
Sumpfgas	1.000443	0.000886	
Salzäther	1.001093	0.002191	
Wasserstoffblausäure	1.000451	0.001903	
Phosgengas	1.001159	0.002318	
Schwefeligsaures Gas	1.000665	0.001331	
Schwefelwasserstoff	1.000644	0.001288	
Schwefeläther . . .	1.000153	0.003061	
Schwefelcarbonid .	1.000150	0.000301	
Wasserstoffphosphorsäure im Minimum	1.000789	0.001759	

Man sieht hieraus leicht, dass das Brechungsververmögen der einfachen Gasarten nicht mit ihrer Dichte in irgend einem Verhältnisse steht. Denn weil sich die Beobachtungen auf einerlei Temperatur und auf denselben Druck beziehen, wo also die Theile der Gasarten einerlei Entfernung von einander haben, so müssten die Brechungsvermögen einander

gleich seyn, oder in einem einfachen Verhältnisse zu einander stehen, wenn jedes Theilchen gleich oder nach einem einfachen Verhältnisse auf das Licht wirkte. Auch ist das Brechungsvermögen einer zusammengesetzten Gasart nicht der Summe der Brechungsvermögen ihrer Elemente gleich. Um dieses darzuthun, berechnete D. das Brechungsvermögen zusammengesetzter Gase aus dem ihrer Bestandtheile, indem er ihr Brechungsvermögen bei gleicher Elasticität nach Verhältniss ihrer Volumina und der bei der Verbindung Statt findenden Verdichtung corrigirte, wobei sich Folgendes ergab:

Brechungsvermögen der atmosphärischen Luft = 1.

Name der Gase.	beobachtetes Brechungsvermögen.	berechnetes Brechungsvermögen.	Differenz.
Ammoniak . . .	1.309	1.216	+ 0.093
Stickstoffoxyd . .	1.710	1.482	+ 0.229
Salpetergas . . .	1.030	0.972	+ 0.058
Wassergas *) . .	1	0.933	+ 0.067
Phosgengas . . .	3.936	3.784	+ 0.0152
Salzäther	3.72	3.829	— 0.099
Wasserstoffblausäure	1.521	1.651	— 0.130
Kohlensäure . . .	1.526	1.629	— 0.093
Wasserstoffchlorsäure	1.527	1.547	— 0.020

*) Arago hat zwar das Brechungsvermögen des Wasserdampfes um $\frac{1}{12}$ kleiner gefunden als das der atmosphärischen Luft, allein dadurch ist doch obige Differenz noch nicht ausgeglichen.

Avogadro hat durch Raisonnement zwischen dem Brechungsvermögen der Gase und ihrer specifischen Wärme ein einfaches Verhältniss aufzufinden geglaubt, und auch eine Formel angegeben, aus der man ersteres berechnen kann; allein die Rechnung stimmt mit den Resultaten Dulong's nicht überein. Eben so wenig findet man in dem Verhältnisse der Bestandtheile eines Körpers oder ihrer besonderen Verdichtung den Grund der Zu- oder Abnahme der brechenden Kraft, selbst wenn man auf die Wärme Rücksicht nimmt, die sich während des Actes der Verbindung entwickelt. Man sieht daher, dass das Brechungsvermögen der Körper und ihre Capacität für die Wärme nicht von einer Ursache derselben Ordnung abhängen, denn die letztere steht mit dem Atomengewichte der Körper in einer sehr deutlichen Relation, während ersteres davon unabhängig ist. Auch gibt es keine einfache Verbindung zwischen der brechenden Kraft einfacher und zusammengesetzter Substanzen. Es scheint aber, als hänge die Ungleichheit der Geschwindigkeit des Lichtes in verschiedenen Gasen bei einerlei Temperatur und unter demselben Drucke von dem electrischen Zustande, der kleinsten Theile ab. Bedient man sich der Ausdrücke der Vibrationshypothese, die den Erscheinungen mehr zu entsprechen scheint, so hat es den Anschein, als wenn das Licht desto mehr verzögert würde, je stärker die Molleculn positiv electrisch sind.

IV. Höhenmessung mit einem Barometer, nebst den dazu erforderlichen Tafeln von Nixon.

(Fortsetzung und Beschluss.)

(Annales of philosophy. January. Feb. 1826.)

Construction und Gebrauch der Tafeln.

Tafel I. dient, um die beobachteten Barometerstände auf einerlei Temperatur zu bringen. Man wendet sie an, indem man die dem Temperaturunterschiede des Quecksilbers entsprechende Correction zur kälteren Quecksilbersäule addirt, oder sie von der wärmeren abzieht. Sie ist nach der Formel 0,00018 $(t—t')$ berechnet, in welcher t und t' die Temperatur des Quecksilbers bei zwei Beobachtungen, 0,00018 hingegen den von der Ausdehnung des Quecksilbers in der Wärme abhängenden Coefficienten bezeichnet *).

Tafel II. gibt den Höhenunterschied zweier Stationen ohne Rücksicht auf die Correction für die Wärme der Luft und für die geographische Breite, so weit dieser von den bis auf Hundertel der Zolle ausgedrückten Barometerstand abhängt. Beim Gebrauche dieser Tafel drückt man die Höhe der Quecksilbersäule des Barometers in beiden Stationen in Tausendtelzoll aus,

*) Nixon bedient sich dieser Tafel zwar nur, um die verschiedenen an der Basis gemachten Beobachtungen auf einerlei Temperatur zu bringen, und gibt für die Unterschiede der Temperatur des Quecksilbers in der unteren und oberen Station eine andere Tafel an, allein man kann sich der hier besprochenen auch bedienen, um alle Beobachtungen an der Basis und in der höheren Station auf einerlei Temperatur zu bringen, und so eine ganze Tafel entbehren.

lässt davon die letzte Ziffer weg, findet für den Rest die demselben in der Tafel gegenüberstehende Höhe, d. i. die Entfernung dieser Station von der, wo die Barometerhöhe 21 Z. beträgt.

Es ist diese Tafel nach **Laplace's** Formel berechnet. Heisst nämlich x der Höhenunterschied zweier Stationen, in denen die Temperatur T und t herrscht, und der Barometerstand H und h Statt findet, so ist

$$x = 18336(1 + 0.002837 \cos. 2 \,\text{lat.}) \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right) \log \frac{H}{h}$$

in Metern, oder

$$x = 56445(1 + 0.002837 \cos. 2 \,\text{lat.}) \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right) \log \frac{H}{h}$$

in Pariser Fussmass.

Denkt man sich eine Atmosphäre von gleichförmiger Temperatur = 0° C., und in dieser eine Anzahl Barometer vertical über einander gestellt, so dass die Quecksilbersäule in jedem um 0,01 Z. tiefer steht als in dem vorhergehenden, die im obersten aber 21 Z. hoch ist, so findet man die Entfernung desjenigen, bei dem die Quecksilbersäule eine Höhe von H Zoll hat, vom obersten durch die Formel

$$56445 \log. \frac{H}{21}.$$

Die aus dieser Formel sich ergebenden Höhen enthält nun die Tafel II.

Die Tafel III. gibt an, wie viel man zu der nach vorhergehendem Verfahren gefundenen Höhe addiren muss, um ein Resultat zu bekommen, welches der ganzen Barometerhöhe mit Einschluss der Tausendtel-Theile eines Zolles entspricht. Man berechnet sie leicht durch Interpoliren.

Hat man so die Höhe der Station, wo der Baro-

meterstand 21 Zoll beträgt, über das Niveau von h und H aus den drei ersten Tafeln gefunden, so gibt ihre Differenz die verticale Entfernung dieser zwei Stationen von einander bei 0° C. Multiplicirt man diese Höhe mit 0.002 und mit der Summe der Thermometerstände in beiden Stationen, so erhält man die Correction für die Wärme der Luft über 0° C.

Multiplicirt man die so corrigirte Höhe durch 0.002837 und den Cosinus der doppelten geographischen Breite des Ortes, so erlangt man die Correction für die Breite.

Weil aber die Vergrösserung oder Verkleinerung der Summe der Lufttemperaturen in beiden Stationen um 1° C. den Höhenunterschied derselben um 0.002 vergrössert oder verkleinert, so kann man die Correction für die Breite ganz übergehen, und dafür die Summe obiger Temperaturen, um die in Tafel IV angegebenen Grösse vermehren. Diese Grösse ist aus der Formel $\frac{0.002837 \cos 2.\text{lat.}}{0.002}$ berechnet.

Wenn man bei der Bestimmung des Höhenunterschiedes zweier Stationen statt ihrer mittleren Lufttemperatur die doppelte Anzahl der Wärmegrade der Luft in der oberen Station nimmt, so hat man ein zu kleines Resultat gefunden, und muss desshalb eine Correction anbringen. Um diese zu finden, bedenke man, dass das Thermometer für jede Erhöhung von 420 F. um 1° C. abnimmt, und dass die Correction für jeden Wärmegrad $\frac{1}{500}$ der ganzen Höhe beträgt, woraus sich ergibt, dass die Correction $\frac{1}{500} \cdot \frac{1}{420}$ oder

nahe das Quadrat des 500ten Theils der Höhe beträgt. Hiernach ist Tafel V berechnet.

Tafel I.

Differenz der Temperatur.	Luftdruck.			
	30 Z.	29 Z.	28 Z.	27 Z.
1° C.	0.005	0.005	0.005	0.005
2 -	11	10	10	10
3 -	15	16	15	15
4 -	22	21	20	20
5 -	27	26	25	24
6 -	32	31	30	29
7 -	38	36	35	34
8 -	42	32	40	39
9 -	49	47	45	44
10 -	54	52	50	49
11 -	59	57	55	54
12 -	65	63	60	59
13 -	70	68	65	64
14 -	76	73	70	68
15 -	81	78	75	72

T a f e l II.

Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe
21.00	0	21.40	462.2	21.80	916.4
1	11.6	41	478.8	81	927.4
2	23.3	42	485.4	82	939.0
3	35.0	43	496.9	83	950.1
4	46.6	44	508.0	84	961.7
5	58.2	45	519.6	85	972.7
6	70.0	46	531.1	86	983.8
7	81.3	47	542.7	87	994.8
8	93.1	48	553.9	88	1006
9	104.7	49	565.4	89	1018
21.10	116.3	21.50	577.0	21.90	1029
11	127.8	51	588.1	91	1040
12	139.4	52	599.6	92	1051
13	151.1	53	610.7	93	1062
14	162.7	54	622.3	94	1073
15	174.2	55	633.3	95	1084
16	186.3	56	645.0	96	1096
17	197.3	57	656.6	97	1107
18	209.4	58	667.6	98	1118
19	220.5	59	679.2	99	1129
21.20	232.6	21.60	790.8	22.00	1140
21	243.7	61	701.8	1	1151
22	255.3	62	712.9	2	1163
23	266.8	63	724.5	3	1174
24	278.4	64	736.1	4	1185
25	290.0	65	747.1	5	1196
26	301.5	66	758.1	6	1207
27	313.2	67	769.8	7	1218
28	324.7	68	780.9	8	1229
29	336.3	69	792.5	9	1240
21.30	347.4	21.70	803.5	22.10	1252
31	359.0	71	815.1	11	1263
32	370.5	72	826.2	12	1274
33	382.1	73	837.8	13	1285
34	393.7	74	848.9	14	1296
35	404.8	75	860.0	15	1307
36	416.4	76	871.5	16	1318
37	327.9	77	882.6	17	1329
38	439.5	78	894.2	18	1340
39	451.1	79	905.2	29	1351

Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe
22. 20	1362	22. 60	1800	23. 00	2230
21	1373	61	1811	1	2240
22	1384	62	1822	2	2251
23	1395	63	1833	3	2262
24	1406	64	1843	4	2273
25	1417	65	1854	5	2283
26	1428	66	1865	6	2294
27	1439	67	1876	7	2304
28	1450	68	1886	8	2315
29	1461	69	1897	9	2325
22. 30	1472	22. 70	1908	23. 10	2336
31	1483	71	1918	11	2346
32	1494	72	1929	12	2357
33	1505	73	1940	13	2368
34	1516	74	1951	14	2378
35	1527	75	1962	15	2390
36	1338	76	1973	16	2400
37	1549	77	1984	17	2411
38	1560	78	1994	18	2421
39	1571	79	2005	19	2432
22. 40	1582	22. 80	2016	23. 20	2442
41	1593	81	2026	21	2453
42	1604	82	2037	22	2463
43	1615	83	2048	23	2474
44	1626	84	2058	24	2484
45	1637	85	2069	25	2495
46	1648	86	2080	26	2505
47	1659	87	2091	27	2515
48	1670	88	2102	28	2526
49	1681	89	2113	29	2537
22. 50	1693	22. 90	2123	23. 30	2548
51	1702	91	2134	31	2559
52	1713	92	2145	32	2570
53	1724	93	2155	33	2581
54	1734	94	2166	34	2590
55	1745	95	2177	35	2600
56	1756	96	2188	36	2610
57	1767	97	2198	37	2621
68	1778	98	2208	38	2631
59	1789	99	2219	39	2642

Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe
23. 40	2652	23. 80	3068	24. 20	3476
41	2663	81	3078	21	3486
42	2674	82	3088	22	3497
43	2685	83	3098	23	3507
44	2695	84	3109	24	3517
45	2705	85	3120	25	3527
46	2715	86	3130	26	3538
47	2725	87	3140	27	3548
48	2736	88	3150	28	3558
49	2747	89	3161	29	3568
23. 50	2757	23. 90	3171	24. 30	3578
51	2767	91	3181	31	3588
52	2778	92	3191	32	3598
53	2788	93	3201	33	3608
54	2799	94	3211	34	3618
55	2810	95	3222	35	3628
56	2820	96	3232	36	3638
57	2830	97	3242	37	3649
58	2841	98	3253	38	3658
59	2851	99	3263	39	3668
23. 60	2862	24. 00	3273	24. 40	3678
61	2872	1	3283	41	3688
62	2882	2	3294	42	3698
63	2892	3	3304	43	3709
64	2902	4	3314	44	3719
65	2913	5	3324	45	3729
66	2924	6	3335	46	3739
67	2935	7	3345	47	3749
68	2945	8	3355	48	3759
69	2955	9	3366	49	3769
23. 70	2965	24. 10	3376	24. 50	3797
71	2976	11	3386	51	3789
72	2986	12	3396	52	3799
73	2996	13	3406	53	3809
74	3006	14	3416	54	3819
75	3017	15	3426	55	3829
76	3027	16	3436	56	3839
77	3037	17	3446	57	3849
78	3047	18	3456	58	3859
79	3058	19	3466	59	3869

Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe
24. 60	3879	25. 00	4275	25. 40	4663
61	3889	1	4284	41	4672
62	3899	2	4294	42	4682
63	3910	3	4303	43	4692
64	3920	4	4313	44	4702
65	3930	5	4323	45	4711
66	3940	6	4333	46	4721
67	3950	7	4343	47	4731
68	3959	8	4352	48	4741
69	3968	9	4362	49	4750
24. 70	3978	25. 10	4372	25. 50	4760
71	3988	11	4381	51	4770
72	3998	12	4391	52	4779
73	4008	13	4401	53	4789
74	4018	14	4411	54	4798
75	4027	15	4421	55	4808
76	4037	16	4431	56	4818
77	4047	17	4441	57	4827
78	4057	18	4450	58	4837
79	4067	19	4460	59	4846
24. 80	4077	25. 20	4470	25. 60	4856
81	4087	21	4480	61	4866
82	4097	22	4489	62	4876
83	4107	23	4498	63	4885
84	4117	24	4508	64	4894
85	4127	25	4518	65	4904
86	4137	26	4527	66	4913
87	4147	27	4537	67	4923
88	4156	28	4547	68	4932
89	4166	29	4556	69	4942
24. 90	4176	25. 30	4566	25. 70	4951
91	4186	31	4576	71	4961
92	4196	32	4585	72	4970
93	4206	33	4595	73	4980
94	4216	34	4605	74	4989
95	4226	35	4615	75	4999
96	4236	36	4625	76	5009
97	4245	37	4635	77	5018
98	4255	38	4644	78	5027
99	4265	39	4653	79	5037

Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe
25. 80	5046	26. 20	5424	26. 60	5795
81	5056	21	5433	61	5804
82	5065	22	5442	62	5813
83	5075	23	5452	63	5822
84	5084	24	5461	64	5832
85	5095	25	5470	65	5841
86	5903	26	5480	66	5850
87	5112	27	5489	67	5860
88	5122	28	5498	68	5869
89	5132	29	5507	69	5879
25. 90	5142	26. 30	5516	26. 70	5888
91	5151	31	5526	71	5897
92	5160	32	5535	72	5906
93	5170	33	5544	73	5915
94	5179	34	5554	74	5924
95	5188	35	5563	75	5933
96	5297	36	5573	76	5942
97	5207	37	5582	77	5951
98	5216	38	5592	78	5960
99	5226	39	5601	79	5969
26. 00	5236	26. 40	5610	26. 80	5978
1	5245	41	5619	81	5988
2	5255	42	5628	82	5997
3	5264	43	5638	83	6006
4	5273	44	5647	84	6015
5	5283	45	5656	85	6024
6	5292	46	5665	86	6034
7	5302	47	5674	87	6043
8	5311	48	5684	88	6052
9	5320	49	5694	89	6061
26. 10	5330	26. 50	5703	26. 90	6070
11	5339	51	5712	91	6079
12	5348	52	5721	92	6088
13	5358	53	5731	93	6097
14	5367	54	5740	94	6106
15	5376	55	5749	95	6115
16	5386	56	5758	96	6124
17	5395	57	5767	97	6133
18	5405	58	5777	98	6142
19	5414	59	5786	99	6151

Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe
27. 00	6161	27. 40	6520	27. 80	6877
1	6170	41	6528	81	6886
2	6178	42	6537	82	6894
3	6188	43	6546	83	6903
4	6197	44	6555	84	6910
5	6206	45	6564	85	6919
6	6215	46	6573	86	6928
7	6224	47	6581	87	6936
8	6233	48	6590	88	6945
9	6242	49	6699	89	6954
27. 10	6251	27. 50	6609	27. 90	6964
11	6259	51	6618	91	6970
12	6268	52	6627	92	6980
13	6277	53	6635	93	6990
14	6286	54	6644	94	7000
15	6296	55	6653	95	7009
16	6305	56	6662	96	7018
17	6315	57	6671	97	7026
18	6324	58	6679	98	7035
19	6332	59	6689	99	7043
27. 20	6342	27. 60	6699	28. 00	7052
21	6350	61	6708	1	7061
22	6359	62	6717	2	7070
23	6369	63	6726	3	7078
24	6378	64	6734	4	7087
25	6387	65	6743	5	7096
26	6396	66	6751	6	7105
27	6405	67	6760	7	7113
28	6413	68	6769	8	7122
29	6421	69	6779	9	7131
27. 30	6430	27. 70	6788	28. 10	7139
31	6439	71	6797	11	7148
32	6448	72	6805	12	7157
33	6457	73	6814	13	7165
34	6466	74	6823	14	7174
35	6475	75	6832	15	7182
36	6484	76	6841	16	7191
37	6493	77	6849	17	7200
38	6502	78	6858	18	7209
39	6510	79	6867	19	7218

Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe
28. 20	7227	28. 60	7572	29. 00	7913
21	7235	61	7581	1	7921
22	7244	62	7590	2	7930
23	7254	63	7598	3	7939
24	7263	64	7607	4	7948
25	7271	65	7615	5	7956
26	7280	66	7624	6	7664
27	7289	67	7632	7	7973
28	7298	68	7641	8	7981
29	7307	69	7649	9	7989
28. 30	7316	28. 70	7658	29. 10	7998
31	7324	71	7666	11	8006
32	7331	72	7674	12	8014
33	7340	73	7683	13	8022
34	7348	74	7692	14	8031
35	7357	75	7701	15	8039
36	7365	76	7709	16	8048
37	7374	77	7717	17	8056
38	7383	78	7726	18	8064
39	7391	79	7734	19	8072
28. 40	7400	28. 80	7743	29. 20	8081
41	7408	81	7752	21	8089
42	7417	82	7760	22	8098
43	7426	83	7769	23	8806
44	7435	84	7777	24	8114
45	7444	85	7786	25	8125
46	7452	86	7794	26	8131
47	7461	87	7802	27	8139
48	7469	88	7811	28	8148
49	7478	89	7819	29	8157
28. 50	7486	28. 90	7828	29. 30	8165
51	7495	91	7836	31	8173
52	7503	92	7844	32	8181
53	7512	93	7853	33	8190
54	7520	94	7861	34	8198
55	7529	95	7870	35	8207
56	7537	96	7879	36	8215
57	7546	97	7887	37	8223
58	7555	98	7896	38	8231
59	7564	99	7904	39	8239

Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe	Zoll Luftdruck	Fuss Höhe
29. 40	8248	29. 60	8416	29. 80	8580
41	8256	61	8422	81	8588
42	8265	62	8432	82	8596
43	8273	63	8439	83	8605
44	8281	64	8448	84	8613
45	8289	65	8456	85	8621
46	8297	66	8464	86	8629
47	8306	67	8473	87	8637
48	8315	68	8481	88	8645
49	8323	69	8489	89	8654
29. 50	8332	29. 70	8497	29. 90	8662
51	8540	71	8505	91	8669
52	8348	72	8514	92	8678
53	8357	73	8522	93	8686
54	8365	74	8530	94	8694
55	8373	75	8538	95	8702
56	8381	76	8546	96	8711
57	8390	77	8554	97	8719
58	8398	78	8563	98	8727
59	8406	79	8572	99	8735
				30. 00	8745

Tafel III.

Luftdruck. Zoll.	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
21	1 F.	2.5	3.5	4.5	6.0	7.0	8.0	9.5	10.5
22	1 -	2.0	3.5	4.5	5 5	6.5	8.0	9.0	10.0
23	1 -	2.0	3.0	4.0	5.5	6.5	7 5	8.5	9.5
24	1 -	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
25	1 -	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	8.5
26	1 -	2 0	3.0	4.0	4.5	5.5	6 5	7.5	8.5
27	1 -	2.0	2.5	3.5	4 5	5.5	6 5	7.0	8 0
28	1 -	1.5	2.5	3.5	4.5	5.0	6. 0	7.0	8.0
29	1 -	1.5	2.5	3.5	4.0	5.0	6·0	6.5	7.5
30	1 -	1.5	2 5	3.0	4.0	5.0	5 ·5	6.5	7.5

T a f e l IV.

Geographische Breite.	Vermehrung der mittleren Temperatur der Luft.
0° bis 5°	1°.4 C.
6 — 13	1.3 -
14 — 18	1.2 -
19 — 22	1.1 -
23 — 27	0.9 -
27 — 29	0.8 -
30 — 32	0.6 -
33 — 35	0.5 -
36 — 38	0.4 -
39 — 41	0.3 -
42 — 43	0.1 -
44 — 45	0 -
45 — 46	0 -
47 — 48	0.1 -
49 — 51	0.2 -
52 — 54	0.4 -
55 — 57	0.5 -
58 — 60	0.6 -
61 — 63	0.8 -
64 — 67	0.9 -
68 — 71	1.1 -
72 — 76	1.2 -
77 — 84	1.3 -
85 — 90	1.4 -

T a f e l V.

Gefundene Höhe.	Correction wegen zu gering angenommener Temperatur.	Gefundene Höhe.	Correction wegen zu gering angenommener Temperatur.
500 Fuss	1 Fuss	2598 Fuss	27 Fuss
707 —	2 —	2646 —	28 —
866 —	3 —	2693 —	29 —
1000 —	4 —	2739 —	30 —
1118 —	5 —	2784 —	31 —
1225 —	6 —	2828 —	32 —
1323 —	7 —	2872 —	33 —
1414 —	8 —	2916 —	34 —
1500 —	9 —	2958 —	35 —
1581 —	10 —	3000 —	36 —
1658 —	11 —	3041 —	37 —
1732 —	12 —	3082 —	38 —
1803 —	13 —	3123 —	39 —
1871 —	14 —	3162 —	40 —
1937 —	15 —	3202 —	41 —
2000 —	16 —	3240 —	42 —
2062 —	17 —	3279 —	43 —
2121 —	18 —	3317 —	44 —
2180 —	19 —	3354 —	45 —
2238 —	20 —	3391 —	46 —
2291 —	21 —	3428 —	47 —
2345 —	22 —	3464 —	48 —
2398 —	23 —	3500 —	49 —
2450 —	24 —	3536 —	50 —
2500 —	25 —	3571 —	51 —
2550 —	26 —	3616 —	52 —

V. Verbesserte und vereinfachte physikalische Instrumente.

1.

Das Monochord von Fischer.

(Abhandlungen der königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin aus den Jahren 1822—1823. Berlin. 1825.)

Das gewöhnliche Monochord, auf welchem die Saite horizontal liegt, ist ganz unbrauchbar zu genauen akustischen Versuchen; denn wenn man auch die Saite durch ein Gewicht spannt, so muss man es doch über eine Rolle leiten, woraus eine Reibung hervorgeht, welche die Bestimmung des Gewichtes, wodurch eigentlich die Saite gespannt ist, unmöglich macht. Die Saite muss vielmehr lothrecht und frei über eine genau getheilte Scale von Metall hängen, damit man auch ihre Länge, bei der sie einen bestimmten Ton gibt, möglichst genau messen könne. Alles dieses ist erreicht, wenn man das Instrument so einrichtet, wie Fig. 2 und Fig. 3 zeigt. In beiden Figuren ist AB ein dreieckiges, auf Stellschrauben stehendes, etwa 2 Zoll dickes und an jeder Seite 21 Z. langes Fussbret, in dessen Mitte sich eine vierkantige, inwendig hohle, hölzerne Säule CD, von 6 Fuss Höhe erhebt, die vorn $2\frac{1}{2}$ Z., an den Seiten 4 Z. breit, und oben bei C zur Reinhaltung des inneren Raumes mit einem beweglichen Deckel versehen ist. Dicht unter dem Deckel ist an der vorderen Seite eine Klemmzange G (Fig. 2) befestiget, die aus zwei hinlänglich starken, 2 Zoll langen Stäbchen von Messing besteht, welche durch eine Schraube scharf zusammengepresst wer-

den können. Die Saite wird an dieser Zange befestiget, und unten durch ein angehängtes Gewicht H gespannt, das am besten aus mehreren an einander gehängten und trennbaren Stücken besteht. In einer kleinen Entfernung von der vorderen Seite der Säule und parallel mit derselben ist ein starker 1 Zoll breiter Stab von Messing, bloss an seinen äussersten Enden m und n an der Säule befestiget, der sorgfältig geebnet, und an der vorderen Seite genau in einzelne Zolle getheilt ist. Oben bei m ist er mit einer dünnen Platte von Elfenbein bedeckt, deren vorderer Rand ungefähr 0,4 Z. über die Ebene der Scale hervorragt, und die an der vorderen Seite ein wenig abgeschrägt ist, so dass diese mit der oberen einen Winkel bildet, der etwas kleiner ist als 90°, und den oberen Steg der Saite abgibt, an dem sich der Nullpunct der Scale befindet. Damit diese fest aufliege, muss man das obere Ende der Saite ein wenig rückwärts in der Zange befestigen. Bei K befindet sich der zweite Steg, der dem vorigen ganz ähnlich, aber an der Scale verschiebbar ist, und an jeder Stelle durch eine Schraube an der Seite befestiget werden kann. Auf diesem Stege ist eine kleine schmale Messingplatte befestiget, die auf der Ebene der Scale liegt, genau einen Zoll lang, in hundert gleiche Theile getheilt ist, und dazu dient, um kleine Theile eines Zolls messen zu können. Man unterscheidet mit freiem Auge leicht einen dieser Theile, und kann mittelst einer Loupe selbst Tausendtel schätzen.

2.
Reid's Compensationspendel.

(Mathematics for practical men by Gregory. London. 1825. p. 252.)

Das von Reid in Wollwich erfundene Compensationspendel stellt Fig. 4 dar. AN ist eine eiserne Stange, Zz eine Zinkröhre, welche diese Stange in sich aufnehmen kann, in z damit fest verbunden ist, und in B die Linse trägt. Bei einer Temperaturerhöhung sinkt N wegen der Ausdehnung des Eisens, und B steigt wegen der Verlängerung der Zinkröhre. Verhält sich nun die Grösse der linearen Ausdehnung dieser Eisenstange bei einer bestimmten Temperaturerhöhung zu der des Zinkes bei derselben Wärmezunahme, wie die Länge der Zinkröhre zur Länge der Eisenstange, so wird das Pendel bei jeder Temperatur dieselbe Länge beibehalten.

3.
Kater's schwimmender Collimator.

(Philos. transact. of the roy. society of London. 1825. p. 1.)

Die Collimationslinie eines Fernrohres ist eine gerade Linie, welche durch das Centrum des Objectivglases und durch den Durchschnittspunct der Kreutzfäden in seinem Brennpuncte geht. Das Instrument, von dem hier die Rede ist, soll dazu dienen, die Lage dieser Linie gegen den Horizont oder gegen das Zenith bei einem astronomischen Kreise, mit welchem ein Fernrohr verbunden ist, zu bestimmen. Die Mittel, welche man bis jetzt zu diesem Zwecke anwendete, nämlich das Bleiloth, die Wasserwage und ein

künstlicher Horizont, sind oft mit grossen Unbequemlichkeiten verbunden, und führen nicht selten zu wenig genauen Resultaten. Schneller und sicherer führt nach Katers Behauptung ein schwimmender Collimator zum Zweck. Dieses Iustrument besteht aus einem flachen Prisma, das mit zwei gleich langen, oben in Gestalt eines Y ausgearbeiteten verticalen Stützen versehen ist. Auf diese wird ein Fernrohr, das ein reines Bild gibt, übrigens wie immer beschaffen ist, und genau im Brennpuncte des Objectivglases zwei sich unter 15° durchkreuzende feine Fäden hat, welche durch Lampenlicht beleuchtet werden, mittelst Schnüre wohl befestiget. Obiges Prisma wird in einen Kasten gegeben, dessen Boden mit Quecksilber bedeckt ist, und es sammt den damit verbundenen Stücken schwimmend erhält, an den Seiten aber, welche den Gläsern des Fernrohres gegenüber stehen, Oeffnungen hat. Damit sich aber der schwimmende Körper nicht in horizontaler Richtung drehen kann, so hat er in dieser Richtung und senkrecht auf seine Länge zwei eiserne Stängelchen, die sich in verticalen, rinnenförmigen Ausschnitten des Kastens leicht bewegen können.

Es beruht nun der Gebrauch dieses Instrumentes auf zwei Grundsätzen. 1) darauf, dass der Schwimmer immer wieder genau in dieselbe horizontale Lage zurückkehrt, wenn er durch einen kleinen Stoss daraus gebracht wurde; 2) dass in einem astronomischen Fernrohre die Lichtstrahlen, welche vom Brennpuncte des Objectivglases ausfahren, und durch dieses Glas gehen, unter einander parallel sind, und wenn sie so in ein anderes Objectivglas eindringen, sich wieder

im Brennpuncte desselben vereinigen. Um die Richtigkeit des ersten Satzes zu zeigen, stellte Kater mehrere Versuche an. Er machte den prismatischen Schwimmer von Holz, $7\frac{1}{2}$ Z. lang, $4\frac{1}{2}$ Z. breit, und 1 Z. dick, den Kasten hingegen 8 Z. lang und 5 Z. breit; das Fernrohrt hatte ein achromatisches Objectiv von $7\frac{1}{2}$ Z. Brennweite und $1\frac{3}{4}$ Z. Oeffnung, die aber durch einen schwarzen Schirm auf $\frac{3}{4}$ Z. reducirt ward. Nahe an dieses Fernrohr wurde ein zweites von 30 Z. Brennweite und $2\frac{3}{4}$ Z. Oeffnung gestellt, welches mit einem Fadenmicrometer versehen war, an dessen Scale jeder Grad den Werth von 0,″6 hatte. Die Stellung dieses Instrumentes war fest und das Objectiv dem des vorigen zugewendet. Zwischen beide wurde ein geschwärzter Schirm mit einer kreisförmigen Oeffnung gestellt, um alles falsche Licht abzuhalten. Nun wurde der Micrometerfaden des befestigten Fernrohres horizontal und so gestellt, dass er den Winkel der zwei Kreuzfäden des anderen genau halbirte, hierauf der Schwimmer etwas verrückt, sich selbst überlassen, und darnach neuerdings der Micrometerfaden auf den Halbirungspunct gestellt u. s. w.

Nun wurden aus mehreren beobachteten Anzeigen des Micrometers die Differenzen genommen, um die Abweichung des Schwimmers von der horizontalen Lage zu erfahren. Von diesen Differenzen schloss man dann auf den Fehler, den man mit dem unbeweglichen Fernrohr machen kann, wenn man annimmt, der Schwimmer komme immer wieder in dieselbe horizontale Lage zurück. Hätte man z. B. an zwei Beobachtungen den Stand des Micrometers 83,9

und 85,4 gefunden, mithin eine Differenz von $+1,5$ so bekommt man als Fehler $1,5 \times 0'',6 = +0''.45$.

Auf gleiche Weise verfuhr Kater mit einem eisernen 8 Z. langen, 4 Z. breiten, 0,2 Z. dicken und 2 Pfund 10 Loth schweren Schwimmer, und um den Einfluss der Grösse dieses Instrumentes zu erfahren mit noch zwei anderen von 12 Z. Länge, 4 Z. Breite, deren einer $\frac{1}{4}$ Z., der andere $\frac{1}{2}$ Z. dick war. Um den Einfluss der geringen Adhäsion zwischen Eisen und Quecksilber aufzuheben, wurde er durch Eintauchen in Salpetersäure an der Oberfläche oxydirt, und hierauf polirt.

Unter 151 so erhaltenen Resultaten ist der Fehler nur bei 28 positiv, bei den übrigen negativ; 123 derselben geben eine Differenz, die geringer ist als $1''$, eine einzige kommt von $2'',58$ und eine von $2'',01$ vor, 10 liegen zwischen $2''$ und $1\frac{1}{2}''$, 16 zwischen $1\frac{1}{2}''$ und 1. Im Mittel überschreitet der mögliche Fehler von 4 auf einander folgenden Beobachtungen nicht $0'',4$. Man kann also wohl annehmen, dass der Schwimmer sich immer parallel bleibt, besonders wenn er in grossem Massstabe ausgeführt und durch Salpetersäure gereiniget ist. Will man nun z. B. dieses Instrument bei einem Mauerkreise anwenden, mit dem man die Höhe eines Sternes im Meridiane beobachten will, so richte man das Fernrohr des Kreises so, dass der Stern den horizontalen Faden des Micrometers trifft, hierauf aber so, dass man durch dasselbe die Kreuzfäden in dem fest gegen Süden aufgestellten Fernrohr des Collimators mitten im Gesichtsfelde deutlich sieht und der horizontale Faden das Fadenkreuz desselben genau halbirt, und widerhohlt dieses öfters, nachdem

man den Schwimmer etwas erschüttert hat. Es sey z. B. die mittlere Anzeige des Kreises 7′ 30″. Hierauf überträgt man den Collimator auf die Nordseite und widerhohlt dieses Verfahren. Es sey 8′ 40″ der Stand des Fernrohres am Kreise. In diesem Falle ist nun das Mittel zwischen 7′ 30″ und 8′ 40″ nämlich 8′ 5″ die wahrscheinliche Neigung des Collimators gegen den Horizont nnd die Differenz zwischen dieser und 7′ 30″ nämlich 0′ 35″ ist die Grösse, die man zu allen an der Südseite gemessenen Höhen addiren und von den an der Nordseite gemessenen abziehen muss.

4.

Verbesserte Galvanische Batterie von John Hart in Glasgow.

(The Edinburgh Journal of Science, Nr. VII.)

Die auf gewöhnliche Art aufgebaute Volta'sche Säule hat den Nachtheil, dass die Feuchtigkeit durch das Gewicht der darüber befindlichen Platten leicht ausgepresst wird, über die Ränder derselben herablauft, und die Isolirung aufhebt.

Cruikshank hat zwar diesem Uebel durch die Angabe des Trogapparates abgeholfen, allein selbst dieser hat seine Unbequemlichkeiten. Das Holz der Tröge wirft sich wegen des Einflusses der Feuchtigkeit, der Kitt, wodurch die Platten befestiget sind, bekommt Sprünge, und wenn die Flüssigkeit in dieselben eindringt, ist die Isolirung gestört und kann nur dadurch wieder hergestellt werden, dass man den Kit mit einem heissen Eisen überfährt, welches eine mühvolle und lästige Arbeit ist. In Children's Batterie

(welche eine Combination von Volta's Becherapparat und Cruikshank's Trogapparat ist), wird statt des hölzernen Troges einer aus Porcellan genommen. Diese hat aber, abgesehen davon, dass er viel kostet, die Nachtheile, dass er einen grossen Raum einnimmt, leicht gebrochen werden kann, und wegen der Adhäsion der Feuchtigkeit die Isolirung unvollkommen macht, besonders, wenn die leitente saure Flüssigkeit so stark ist, dass ein Aufbrausen entsteht. Denn da werden kleine Kügelchen dieser Flüssigkeit in die Höhe getrieben, fallen auf den Rand der Zellen herab und machen ihn nass, wodurch man gezwungen wird, denselben öfters abzutrocknen. Wollaston brachte zwar an Children's Apparat eine Verbesserung an, wodurch sein Wärmeerregungs-Vermögen bedeutend gesteigert wird, indem er die Kupferplatte um die Zinkplatte bog, allein dadurch ist der vorige nachtheilige Umstand nicht aufgehoben. Diese Verbesserung brachte aber Hart auf den Gedanken, an der doppelten Kupferplatte auch noch einen Boden und Seitenwände anzubringen und sie so zu völligen Zellen umzubilden. Zu diesem Zweck werden die Kupferplatten anfänglich so zugeschnitten, wie Fig. 5 zeigt, und dann zu einer Kapsel Fig. 6 geformt. In die unteren Ecken wird etwas Zinn gegossen, um sie vollkommen zu schliessen und zugleich den electrischen Zustand des Kupfers zu steigern. Fig. 7 stellt die Zinkplatte vor, die nach der gewöhnlichen Art gegossen wird, und von oben eine eingegossene Schraube hat, wodurch eine Leiste angeschraubt werden kann. Fig. 8 stellt einen Durchschnitt der Batterie vor, aus dem man ersieht, wie die erste Kupfer-

kapsel mit der zweiten Zinkplatte u. s. w. verbunden ist. Die Zinkplatten sind, wie in Wollaston's Apparat mittelst dreier dünner Holzstücke in der Zelle enthalten, und alles zusammen ist an eine vorläufig gut gefirnisste hölzerne Leiste befestigt. Bei einem Vergleiche einer solchen Batterie mit einer nach Wollaston eingerichteten, die eben so viele Plattenpaare enthält, wovon aber jedes die doppelte Oberfläche von jenen hatte, wurde die zuerst von Gay-Lussac und Thenard empfohlene Methode angewendet, nämlich das Gas gemessen, welches man aus dem durch die Electricität zersetzten Wasser erhielt. Dabei zeigte sich, dass Wollaston's Apparat erst in 17 Minuten dieselbe Gasmenge gab, wie die hier beschriebene Batterie in 14 Minuten.

Es muss aber hier bemerkt werden, dass man auf dem Continente seit langem Batterien mit kupfernen Kapseln braucht, die Verbesserung ist also blos darin gelegen, dass diese Kapseln aufgehängt sind, und daher nicht so leicht durch ein Ueberlaufen der Flüssigkeit die Isolirung aufgehoben wird, wie bei den bisher gebräuchlichen Apparaten, bei denen gewöhnlich eine ganze Parthie von Kupferkapseln ein gemeinschaftliches Fussgestell hat, auch die angebliche Steigerung des electrischen Zustandes des Kupfers durch Zinn ist meines Wissens neu (B).

5.

Verbesserte Eudiometer von Hare, Professor der Chemie in Pensylvanien.

(The philosophical magazine and journal. January. 1826.)

1.

Das verbesserte Eudiometer, bei welchem Wasserstoffgas als eudiometrisches Mittel angewendet wird, ist Fig. 9 abgebildet. A ist ein gläsernes Gefäss, das

oben eine kleine Oeffnung hat, unten aber mit einer metallenen Fassung B versehen ist. Am Boden dieser Fassung ragen zwei metallene Drähte hervor, die sich weit in's Innere erstrecken und in der Zeichnung sichtbar sind; am Ende sind sie durch einen dünnen Platindraht in Verbindung. Einer dieser Drähte ist in den Boden der Fassung eingelöthet, der andere hingegen geht luftdicht durch eine Lederbüchse, und steht mit der Fassung in keiner metallinischen Berührung. D ist eine mit dem Glasgefässe communicirende Röhre, die als Messröhre dient. Zu diesem Zwecke ist sie mit einem Kolben aus gutem, in Fett gebeitzten und stark zusammengepressten Leder versehen, der mittelst einer graduirten Kolbenstange E herausgezogen und hineingeschoben werden kann, und nach seiner Stellung die Grösse des inneren Raumes bestimmt. F endlich ist eine Klappe, welche die obere Oeffnung des Glasgefässes luftdicht schliesst, durch eine Feder stark angedrückt wird, aber durch den Druck eines Fingers in a geöffnet werden kann. Dieses Instrument lässt sich nach Hare's Behauptung so leicht brauchen, dass man in einigen Minuten mehrere Versuche machen kann.

Will man sich dieses Instrumentes bedienen, so muss es voll Wasser und frei von Luftblasen seyn, (daher ist der luftdichte Schluss aller Theile eine nothwendige Eigenschaft *) der Kolben muss ganz

*) Um diese Eigenschaft zu erkennen, und das Instrument mit Wasser zu füllen, tauche man das Gefäss A in Wasser, öffne die Klappe, und ziehe die Kolbenstange aus und ein, damit die Luft hinausgetrieben werde, und dafür Wasser hineindringe; dabei muss man aber den Apparat so halten, dass alle

hineingetrieben und die Klappe durch den Druck eines Fingers auf den Hebelarm geöffnet werden. Will man atmosphärische Luft prüfen, so zieht man die Kolbenstange um 200 Theile ihrer Scale heraus, wodurch ein entsprechendes Volumen Luft in den Glasrecipienten gelangt, und lässt die Klappe los, damit sie die Oeffnung schliesse. Hierauf taucht man das Glasgefäss in einen mit Hydrogengas gefüllten Recipienten, hebt die Klappe und zieht den Kolben um neue 100 Theile zurück, lässt dann die Klappe wieder sich schliessen und nimmt den Apparat aus dem Wasser. Bringt man nun die beiden an der Metallfassung hervorstehenden Drähte mit den Polen eines Calorimotors in Berührung, so fängt der Platindraht zu glühen an, und es erfolgt die beabsichtigte Explosion. Taucht man nun wieder den Apparat unter das Wasser der pneumatischen Wanne, so dass die Oeffnung desselben gerade unter den Wasserspiegel zu stehen kommt, so tritt dasselbe in das Instrument ein, und füllt das durch die Verdichtung der Gase entstandene Vacuum aus. Treibt man nun die übrige Luft durch den Kolben hinaus, so wird der Abgang an Luft dem Volumen nach gleich seyn dem Stücke der hervorstehenden Kolbenstange, und ihr Verhältniss zu den untersuchten Volumen erkennt man aus der Scale an dieser Stange. Bei einer Untersuchung des oben ge-

---

Luft in den Glasrecipienten gehen kann. Ist dieses geschehen, so schliesst man die Oeffnung mittelst der Klappe, und hebt das Instrument aus dem Wasser heraus, zieht den Kolben um einige Zoll zurück, und sieht, ob keine Luft eindringen kann. Ist alles luftdicht, so werden die Blasen, die sich im entstandenen Vacuum bilden, verschwinden, sobald man den Kolben wieder hineingedrückt hat.

nannten Gasgemenges betrug das Definit 126 Mass, während es nach der Theorie 120 betragen sollte. Allein Hare sagt auch, er bediente sich des Hydrogens, welches mittelst des verkäuflichen Zinkes erzeugt ward und nahm auf den Kohlensäuregehalt der Luft, der sich beim Versuch mit Wasser verband, keine Rücksicht.

Will man Sauerstoffgas auf Hydrogen oder umgekehrt Hydrogen auf Sauerstoffgas prüfen, so muss man beide Luftarten im Recipienten an der pneumatischen Wanne in Bereitschaft halten, und wie beim vorigen Versuch successiv von einem und dem andern die gehörige Portion in das Glasgefäss des Eudiometers leiten.

Um statt des glühenden Platindrahtes den electrischen Funken anwenden zu können, braucht man nur das Glasgefäss zum Abschrauben von der Metallfassung einzurichten und statt der vorhin beschriebenen Fassung eine anzubringen, wo statt des Drahtes zwei Knöpfchen sind *).

2.

So brauchbar dieses Instrument auch ist, wenn man mit Wasser experimentirt, so ist es doch bei Quecksilber nicht anwendbar, weil bei dem grossen Gewichte dieser Flüssigkeit die Lage des Apparates wäh-

*) Wem der Gebrauch eines Calorimotors zum Glühendmachen des Drahtes zu unbequem fällt, der kann sich wohl das ganze Geschäft sehr abkürzen, wenn er an eines der hervorstehenden Drahtstücke einen länglichten Zinkstreifen, an das andere einen Kupferstreifen, der ersteren wie ein Ring umfasst, ohne ihn zu berühren, anlöthet, und diese beiden Metalle in verdünnte Säure tauchet, wenn er den Platindraht zum Glühen bringen will. Wenn der Zinkstreifen drei Quadratzoll Oberfläche hat, wird man seinen Zweck nicht leicht verfehlen (B).

rend des Gebrauches einen zu grossen Einfluss auf die Resultate hat. Das in Fig. 10 abgebildete Instrument ist mit einer Vorrichtung versehen, wodurch man das innere Gas mit der äusseren Luft in ein genaues Gleichgewicht setzen kann. Es unterscheidet sich von dem vorhin beschriebenen dadurch, dass es unten eine Erweiterung F hat, die als Fussgestell dient, mit einem Wechselhahne C versehen ist, durch welchen man den Raum im Recipienten mit dem unter den Kolben oder mit der äussern Luft in Communication setzen kann; ferner durch den Aufsatz W, der mit dem Recipienten mittelst eines einfach durchbohrten Hahnes A in Verbindung gesetzt werden kann und aus drei concentrischen Röhren bestehet. Die innere ist eine enge Kupferröhre, welche mit dem Recipienten communicirt und mittelst des Hahnes A abgeschlossen werden kann, oben aber offen ist; die zweite ist eine Glasröhre, die unten offen bleibt, oben aber nach Umständen mit einer Schraube geschlossen werden kann; die äusserste Röhre ist auch von Glas, oben ganz offen, unten in die Fassung des ganzen Apparates eingekittet. Der Raum zwischen diesen drei Röhren ist zum Theil mit Wasser gefüllt. Zu diesem Eudiometer braucht man noch einen Hilfsapparat Fig. 11, der genau wie der vorhin beschriebene getheilt und eingerichtet wird, nur mit dem Unterschiede, dass er kleiner ist. Er dient zum Abmessen der Luftmengen *).

---

*) Um diese Messung genau vornehmen zu können, muss das Hülfseudiometer luftdicht, und frei von allen Luftblasen seyn, daher man es auf die vorher angegebene Weise prüfen muss. Das Daseyn von Luftblasen zeigt sich aus der Vergrösserung des Vacuums, wenn man den Glasrecipienten aufwärts hält,

Will man mit diesen Instrumenten atmosphärische Luft untersuchen, so füllt man zuerst das Hilfseudiometer mit Wasserstoffgas, hierauf den Glasrecipienten des Hauptinstrumentes mit Quecksilber, und stellt es mit dem Trichter auf die Brücke der pneumatischen Quecksilberwanne, dreht den Wechselhahn so, dass zwischen dem Trichter und dem Recipienten die Communication hergestellt ist, und füllt das Wasserstoffgas aus dem Hilfsapparate ein. Schliesst man den Trichter vom Recipienten ab, öffnet die Verbindung zwischen diesem und der Röhre mit dem Kolben und zugleich auch mit dem Aufsatze W, drückt die Kolbenstange bis ans Heft hinein, so wird das Wasserstoffgas in die Röhren hinaufgetrieben, und vertreibt die atmosphärische Luft daraus. Hierauf schliesst man den Aufsatz W vom Recipienten ab, setzt diesen mit dem Trichter in Verbindung, und zieht den Kolben möglichst weit heraus. Bei dieser Einrichtung der Dinge bringt man successiv 100 Th. Hydrogengas und 200 Th. atmosphärische Luft mittelst

---

und aus seinem Verschwinden, wenn er abwärts gehalten wird. Das Gewicht des Quecksilbers bringt zwar stets eine kleine Erweiterung der Röhre hervor, aber der Effect wird durch die kleinste Luftblase merklich vergrössert. Bringt man den Recipienten in das Gefäss, welches die aufzunehmende Luft enthält, so muss man durch Herausziehen des Kolbens um 10 p. C. mehr Luft hinein bringen als nöthig ist. Hebt man dann das Eudiometer etwas vom Quecksilber weg, durch eine kleine Aenderung seiner Lage, so kann man den Kolben leicht auf den richtigen Punct der Scale stellen, und dann durch ein momentaues Oeffnen der Klappe die überschüssige Luft entweichen lassen. Das abgemessene und eingeschlossene Gas wird in das Haupteudiometer übertragen, indem man das oberste Ende des Hilfsiustrumentes unter den Trichter von jenem bringt, die Klappe öffnet, und den Kolben hineindrückt.

des Hilfseudiometers in den Glasrecipienten, hebt dann seine Communication mit dem Trichter auf, stellt die mit dem Aufsatz W her, und treibt den Kolben so weit hinein, bis der Wasserstand in den Röhren anzeigt, dass der Druck des eingeschlossenen Gases dem der äusseren Luft gleich kommt. Ist dieses der Fall, so entzündet man das Gasgemenge. Dieses wird durch galvanische Wirkung hervorgebracht, und geschieht durch Leitungsdrähte, die mit den Polen des Calorimotors in Verbindung stehen. Einer dieser Drähte endiget sich in ein eisernes, in Quecksilber getauchtes Stück, der andere ist an den isolirten Draht des Eudiometers befestiget. Vor der Entzündung des Gasgemenges muss man die Anzahl der Grade, um welche die Kolbenstange herausgezogen worden ist, genau anmerken, und nach derselben sie so weit hineintreiben, bis das rückständige Gas in demselben Grade verdichtet ist, wie zuvor. Dazu muss man aber den Hahn A langsam öffnen. Zieht man nun die ausserhalb der Röhre befindlichen Grade der Kolbenstange von denen ab, die vor der Explosion bemerkt wurden, so gibt der Rest die durch Entzündung hervorgebrachte Verminderung, wovon ein Drittel auf Rechnung des consumirten Sauerstoffgases kommt. Die verdichtete Luftmenge findet man auch, wenn man den Rest nach der Verdichtung durch den Kolben hinaus treibt, wobei man sein Quantum aus der Scale an der Kolbenstange abnimmt und es von der Luftmenge vor der Explosion abzieht.

Es muss noch angemerkt werden, dass beim Wasserstoffgaseudiometer nur eines der beiden Gase genau gemessen werden muss. Analysirt man brenn-

bares Gas mit Sauerstoffgas, oder umgekehrt, so darf man nur das Mass von dem Gas, welches untersucht wird, und seinen Abgang nach der Exploxion genau bestimmen. Das andere Gas soll man im Ueberflusse anwenden. Bei der Untersuchung einer Mischung auf Sauerstoffgas wird der Aufsatz W mit Wasserstoffgas, bei der Prüfung auf Wasserstoffgas mit atmosphärischer Luft gefüllt.

Es ist kaum nöthig anzuführen, dass alle Metalltheile dieses Eudiometers aus Eisen oder Stahl verfertiget werden müssen, damit sie nicht vom Quecksilber angegriffen werden.

3.

Zu Versuchen mit Salpetergas, Lösungen von Sulphureten etc. leistet der Fig. 12 abgebildete Apparat gute Dienste, zu dessen bequemerer Anwendung auch noch ein Recipient so eingerichtet wird, wie Fig. 13 zeigt. Man sieht, dass er sich in der pneumatischen Wanne nach Belieben erhöhen und senken lässt. Man füllt diesen Recipienten mit Wasser, bringt mittelst des Eudiometers 100 Th. atmosphärische Luft und eine gleiche Quantität Salpetergas hinein, zieht dieses Gemenge, nachdem die Mischung vor sich gegangen ist, wieder in das Eudiometergefäss zurück, und drückt es wieder heraus, damit es durch das Wasser gehen muss, und die Absorption der salpetrigen Säure befördert werde. Ist dieses geschehen, so wird der Rest neuerdings vom Eudiometer aufgenommen, in die Luft oder in den abgebildeten Recipienten hinausgetrieben, und die Anzahl Grade an der Kolbenstange bemerkt, um die man sie während des

Heraustreibens der übrigen Luft hineinschieben musste. Wie richtig man bei dieser Operation messen kann, lässt sich daraus beurtheilen, dass man ein bestimmtes Mass Luft in den Recipienten bringt, es hierauf wieder in das Eudiometer zurückführt, und dabei das Volumen bemerkt.

Auf ähnliche Weise verfährt man auch, wenn man Sulphurete etc. als Prüfungsmittel anwendet.

5.

Ein einfacher Apparat zur Darstellung der electro-magnetischen Erscheinungen von A. Baumgartner.

Wenn auch die electro-magnetischen Phänomene für die Meisten den Reiz der Neuheit schon verloren haben, so behalten sie doch noch für jeden Freund der Naturwissenschaft ein grosses Interesse, so dass ein Apparat, welcher mit wenig Mühe und Kosten, und mittelst geringer electro-motorischer Kräfte, die Hauptfacta, die in dieses Gebiet gehören, darzustellen gestattet, für Manchem nicht uninteressant seyn dürfte, besonders wenn man der Beschreibung desselben die Versicherung beisetzen kann, dass er nicht bloss im Kopfe entworfen, sondern auch wirklich ausgeführt worden ist, und das leistet, wozu er bestimmt ist.

Von der Art ist der in Fig. 14 und 15 mit allen seinen Bestandtheilen abgebildete Apparat. A stellt das Fussgestell des Instrumentes vor, und ist ein etwa 20 Z. langes, 10 Z. breites, dickes Bret, das mit Stellschrauben versehen ist, und an der oberen Seite

vier ins Holz eingelassene, durchbohrte Metallplättchen a, a, a′, a′ hat. Zwischen jedem Paare dieser Plättchen beginnt ein rinnenförmiger, etwa 2 L. tiefer und eben so breiter Ausschnitt bP, an deren einem eine Verlängerung mit einer bedeutenden Erweiterung c angebracht ist. Diese Ausschnitte werden vor dem Gebrauche des Instrumentes mit Quecksilber gefüllt, nachdem man die Platte mittelst der Stellschrauben horizontal gestellt, und hierauf die Erweiterungen P mit den Polardrähten einer thätigen Volta'schen Säule in Verbindung gebracht hat. Damit man nicht bei einer etwa zu reichlichen Zugabe des Quecksilbers daran einen Verlust erleide, thut man gut, wenn das Bret ringsum einen hervorstehenden Rand hat, und gleichsam eine sehr seichte Wanne vorstellt. Ueber das Ende b jeder der zwei rinnenförmigen Ausschnitte befestiget man eine Säule, wie die, welche B im verticalen Durchschnitte darstellt. Sie besteht aus einer gläsernen, etwa 6 Z. langen, $\frac{1}{2}$ Z. weiten Röhre, welche mit dem unteren Ende in eine Fassung mit einer breiten, ebenen Basis eingekittet ist, oben aber einen beweglichen, in der Mitte durchbohrten, und in der Oeffnung mit einem 1 Z. langen federnden Röhrchen versehenen Deckel f hat, der wie eine Fassung an die Röhre sich anschliesst, und ohne Wanken auf ihr festhält. Die Bodenplatte der unteren Fassung hat zwei hervorragende Stifte d, d, welche in die Oeffnungen von a, a passen, und bewirken, dass die Säule auf dem Brete fest steht, und doch leicht weggenommen werden kann. Diese Säule dient, um den electrischen Strom, der in P ein-

tritt und nach b gelangt, weiter zu leiten. Zu diesem Zwecke hat die Platte der unteren Fassung zwischen dd eine Oeffnung, durch welche man einen Kupferdraht bis gegen das obere Ende der Glasröhre schieben kann, und wovon ein Stücke unten heraus ragt, das etwas kürzer ist als die Stifte d. Oben ist dieser Draht mit einer kupfernen Schale versehen. Füllt man diese Schale mit Quecksilber, drückt die Säule mit den Stiften d, d in die in a angebrachten Vertiefungen, so steht der innere Kupferdraht mit dem unteren Ende in der Rinne bei b, mithin kann der electriche Strom von P bis ins Quecksilber der oberen Schale gelangen.

Die bis itzt angegebenen Bestandtheile braucht man zu jedem einzelnen electro-magnetischen Versuche; nur muss man bei einigen zwei solche Säulen einsetzen, bei anderen reicht man aber mit einer einzigen aus. Uebrigens ist es wohl begreiflich, dass zu jedem einzelnen Phänomen noch ein eigener Bestandtheil nothwendig sey.

Zum Oested'schen Fundamentalversuch braucht man einen Kupferdraht, der wie C gebogen ist, und mit den beiden umgebogenen Enden in die Oeffnung am Deckel f der beiden Säulen so weit hineingeschoben wird, bis sie das Quecksilber im inneren Schälchen erreichen. Statt dieses geraden Drahtes kann man auch die Spirale D mit eben so gebogenen Enden, wohl auch den bauchicht ausgebogenen Draht E brauchen. D leistet auch zur Magnetisirung von Stahlnadeln mittelst des electrischen Stromes gehörige Dienste. Fig. 15 stellt den ganzen Apparat bei diesem Versuche vor.

Um das Phänomen der Anziehung und Abstossung zweier Polardrähte hervorzubringen, braucht man zwei wie F gebogene Drähte, deren sich jeder mit einem Ende durch den Deckel f einer Säule B bis ins Quecksilber in der kupfernen Schale schieben lässt, und darin fest hält, am anderen Ende aber eine löffelförmige Vertiefung hat, zur Aufnahme eines Quecksilbertropfens und einen kleinen Ausschnitt, welcher den beweglicheu Polardrähten zur Pfanne dienen. Der eine dieser Polardrähte ist in G vorgestellt, er hat in g, g die Axen, um die er völlig aequilibrirt ist, und mit denen er in die genannten Ausschnitte zu liegen kommt, so dass sie zugleich den Quecksilbertropfen im Löffelchen von F berühren. Der zweite Polardraht braucht nicht aequilibrirt zu seyn. Er hat eine verschiedene Gestalt, je nachdem man die Anziehung oder die Abstossung der Drähte erfahren will. Zu ersterem Zwecke sieht er aus wie H, wo das horizontale Stück etwa um 1 L. länger ist, als im aequilibrirten Stücke G, so dass die Haken h h die beiden Drähte F etwas weniges hinter dem Löffel fassen, und er dann frei neben dem aequilibrirten Stücke G hängt. Zum Behufe der Abstossung, wo die electrischen Ströme eine entgegengesetzte Richtung haben müssen, dient der Draht von der Gestalt I, der so eingerichtet ist, dass die neben einander bei k hinlaufenden Stücke sich nicht leitend berühren. Man leistet dieses durch einen seidenen oder harzigen Ueberzug. Uebrigens wird dieses Stück wie das vorige H angewendet.

Will man über das Rotiren eines Polardrahtes um einen Magnet Versuche machen, so bedient man

sich des Apparates K, bei welchem l ein nach der Zeichnung gebogener Kupferdraht ist, der am kürzeren Ende ein kleines Häkchen hat, in welches ein leichter Metallfaden eingehängt ist, welcher gegen das andere Ende ein kleines Glasknöpfchen trägt. Sowohl das genannte Häkchen, als der beweglich darein gehängte Draht befindet sich in einer etwa ¾ Z. weiten, 8 Z. hohen Glasröhre, die mittelst eines durchbohrten Korkstoppels am Drahte l befestiget ist, und am unteren Ende einen ähnlichen Stoppel zum Boden hat, durch den ein weiches cylindrisches Stück Eisen m, und ein anderes Kupferstück n geht. Füllt man in die hier besprochene Glasröhre so viel reines Quecksilber, bis der bewegliche, in das Häkchen eingehängte Draht mit der äussersten Spitze darein getaucht ist, steckt ferner das freie Ende des Drahtes l in die obere Hülse der Säule B, die über aa steht, und zwar so, dass das Ende dieses Drahtes in die mit Quecksilber gefüllte Schale der Glasröhre von B zu stehen kommt, und das Drahtstück n des Bestandtheils K in das Quecksilber-Bassin des Bretes A passt, so braucht man nur einen starken Magnet an m zu halten, damit dieses durch Vertheilung magnetisirt werde, um das beabsichtigte Herumkreisen des Polardrahtes hervorzubringen. Der Weg, den in diesem Falle der electrische Strom nimmt, ist leicht zu erkennen, indem derselbe z. B. bei P eintritt, in der Säule B aufsteigt, in den Draht bei K übergeht, durch diesen mittelst n in c anlangt, und durch P wieder entweicht. Man darf kaum erwähnen, dass hier nur eine der zwei Säulen B nöthig ist, dass aber auch die Anwesenheit der zweiten nichts schadet.

Derselbe Versuch lässt sich noch auf eine andere Art anstellen, und zwar mittelst des Hülfsapparates L. Dieser besteht aus einem hölzernen, etwa $2\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser haltenden, auf drei Füsschen ruhenden Postamente o, das oben eine schüsselförmige Vertiefung hat, um Quecksilber aufnehmen zu können, und durch deren Mitte ein cylindrischer Magnet geht, welcher sich oben in eine scharfe Spitze endiget. Ueber dieser schwebt eine beiderseits offene, oben mit einem Biegel versehene Kupferröhre, die den Polardraht vorstellt, indem der Biegel auf der Spitze des Magnetes anfsitzt; unten reicht sie bis in das Quecksilber. Bei der Anwendung versieht man das hölzerne Gestell mit zwei leitenden Drähten p und p′, die einerseits in das Quecksilber reichen, in dem sich der Polardraht bewegen soll, mit dem anderen Ende aber das Quecksilber in b und c des Gestelles A berühren, wenn L mit den Füssen auf dieses Bret gestellt wird.

Um die Bewegung eines Magnetes um einen Polardraht hervorzubringen, wende man den Apparat M an. Dieser besteht aus einem hölzernen Postamente, welches dem von L ganz ähnlich ist, auch wie dieses auf Füssen ruht, nur hat es statt des Magnetes einen kupfernen Stift, der nach unten die Länge hat wie einer der drei Füsse des Postamentes, oder gar noch etwas mehr, oben aber nur wenig über den Boden hervorragt. Dieses wird beim Versuche auf das Bret A so gestellt, dass der Kupferdraht in das Quecksilber in c eingetaucht ist, und die Vertiefung von M mit Quecksilber angefüllt. Dann bedient man sich des zu diesem Apparat gehörigen Drahtes q, der sich am

kürzeren Arme in ein etwa 1 Z. langes dünnes Stück aus Platindraht endiget, steckt ihn mit dem anderen Ende durch die Fassung f der über aa befindlichen Säule B in das Quecksilber in B, und gibt ihm die Richtung, dass das Platinstück das Quecksilber des Gefässes M berührt. Auf dieses Quecksilber wird dann eine magnetisirte Nadel gestellt, die durch Platin schwimmend erhalten wird, und die den beweglichen Magnet vorstellt.

Um die Wirkung eines Magnetes auf einen beweglichen seitwärts angebrachten, rechtwinkelig gegen seine Axe gestellten Polardraht zu erfahren, darf man nur vom Apparate K die Glasröhre wegnehmen, den Draht l in die Säule B so anbringen, wie beim Faraday'schen Drehversuche, und den beweglichen Draht in das Quecksilber c des Bretes A reichen lassen. Legt man zur Seite dieses Drahtes einen Magnet auf das Bret A, so wird der Polardraht aus dem Quecksilberbassin c hinausgeworfen.

Will man diese Wirkung auf ein Rad anwenden, wie es Barlow zuerst gethan hat, so bediene man sich des Apparates N, der aus einem Kupferdrahte besteht, welcher an einem Ende in eine Gabel ausgeht, die selbst wieder an jeder Zinke ein kleines Schälchen hat zur Aufnahme eines Quecksilbertropfens; in diese Schälchen, die auch einen kleinen Ausschnitt haben müssen (um kleine Pfännchen vorzustellen) lege man das kupferne, recht wohl aequilibrirte, mit einer dünnen Axe aus Eisen oder Platin versehene, sternförmig ausgeschnittene Rädchen, gebe in jedes Schälchen der Gabel s einen Quecksilbertropfen, der die Axe des Rades berührt, und bringe diesen Apparat

mit dem anderen Ende des Drahtes in die über aa befestigte Säule B, damit es mit dem Quecksilber in B communicire und eine Spitze des Rädchens das Quecksilber im Bassin c des Bretes A berührt. Legt man nun parallel mit der Ebene des Rades und nahe an dasselbe zwei starke Magnete an beide Seiten desselben, jedoch so, dass sie mit entgegengesetzten Polen nach einerlei Richtung stehen, so beginnt die Bewegung des Rades mit einer wunderbaren Geschwindigkeit.

Um die Bewegung eines Magnetes um seine eigene Axe hervorzubringen, brauche man den Apparat O. Dieser hat eine hölzerne Basis wie M und L, in welcher sich die Pfanne befindet, worin sich der Magnet drehen soll, und durch dessen Boden ein Drahtstück geht, das nach unten so lang ist wie ein Fuss des Postamentes, oder noch etwas länger, nach oben aber kaum über den hölzernen Boden hervorragt; zur Seite hat er eine verticale Säule t, welche sich oben gegen die Mitte des Postamentes hinbiegt und in ein kleines kupfernes Schälchen sich endigt, das am Boden eine kleine Oeffnung hat. Durch diese Oeffnung wird der Magnet mit seiner oberen Spitze gesteckt und sie dient ihm als Pfanne, während die untere in der Vertiefung des hölzernen Bodens ruht. Rings um den Magnet geht ein etwa 1 Zoll hoher kupferner Ring; der auf demselben Boden feststeht. An die Säule t ist ein anderes dünnes Metallstück u eingelöthet. Beim Gebrauche stellt man diesen Apparat auf das Bret A, setzt die Säule B über aa, bringt in deren obere Fassung den Draht F gehörig an, gibt in das Löffelchen einen Tropfen Quecksilber, stellt O so, dass die Spitze

des Drahtes u in dieses Löffelchen zu stehen komme, und das zwischen den Füssen hervorragende Drahtstück in das Quecksilberbassin c reiche. Gibt man nun in die Schale von t zur Herstellung einer bessern Leitung einen Tropfen Quecksilber, und giesst auch davon in den kupfernen Ring, so wird man bald die Bewegung des Magnetes zu Stande gebracht sehen.

Es bleibt nun noch übrig, den Einfluss des Erdmagnetismus auf bewegliche Polardrähte zu zeigen, und zwar auf einen um eine verticale Axe beweglichen und auf einen, der sich um seine horizontale Axe bewegt.

Zu ersterem Zwecke dient die Vorrichtung Q, d. i. eine viereckige leichte, hölzerne Rahme, die 10—20mal mit einem feinen, mit Seide übersponnenen Kupferdraht umwunden ist, dessen Enden mit den zwei feinen Spitzen v, w eng verbunden sind. Beim Gebrauche setzt man die Säule B mit dem Drahte F auf aa, und bringt die Spitze v der Rahme Q durch eine eigends dazu im Löffelchen von F angebrachte kleine Oeffnung, die ihr als Pfanne dient, während w in einer anderen am Boden des Bassins c angebrachten, am besten platinenen Pfanne ruht. Durch eine leichte Bewegung des Drahtes F um seinen verticalen Theil stellt man bald die verticale Lage der Drehungsaxe von Q her.

Zur Darstellung des Einflusses des Erdmagnetismus auf einen um seine horizontale Axe beweglichen Polardraht kann man denselben Apparat brauchen, nur muss man ihn auf die Pfannen der zwei Drähte von der Form F legen, gerade so, wie man

beim Versuch mit den zwei beweglichen Polardrähten verfuhr, und dabei dem ganzen Brete A die gehörige Richtung gegen die Weltgegenden geben.

Alle diese Versuche fordern keine stärkere electromotorische Wirkung, als sie eine Zinkplatte von 1 Quadratfus Oberfläche, die zu beiden Seiten mit Kupfer umgeben ist, zu leisten vermag, wenn man eine schwache Säure als leitende Flüssigkeit anwendet.

Um dem Einwurfe vorzubeugen, dass dieser Apparat viel Quecksilber brauche, welches bei dem Versuche, wo es mit Kupfer etc. in Berührung kommt, stets verunreiniget wird, und daher zu einer neuen Anwendung nicht geeignet ist, bemerke ich, dass Quecksilber, welches bei diesem Apparate angewendet wurde, zu jedem ferneren Gebrauche geeignet gemacht werden kann, indem man es in einem starken gläsernen Gefässe mit etwas Schwefelsäure schüttelt, dann in Berührung damit einige Zeit ruhig stehen lässt, hierauf die Säure abgiesst, das Quecksilber mit reinem Wasser wäscht, und wohl abtrocknet.

VI. Fortschritte der Physik in der neueren Zeit.

Akustik.

Die Theorie des Schalles hat die Physiker der neueren Zeit vielfach beschäftiget, und viele Bereicherungen erhalten.

Geschwindigkeit des Schalles in der Luft.

Bekanntlich hat **Newton** die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft zuerst theoretisch bestimmt, aber eine Formel gefunden, welche ein viel kleineres Resultat gab, als die Versuche. Er glaubte die Ursache dieser Abweichung darin zu finden, dass die Dicke der einzelnen Lufttheilchen nicht in Rechnung gebracht sey und nahm daher an, dass sich diese Dicke zum Intervalle zwischen je zwei zunächst aufeinander folgenden Theilchen wie 1 : 9 verhalte und dadurch der Weg des Schalles um seinen neunten Theil grösser werde, als die Rechnung angab. Die Differenz, welche auch hier noch nicht ganz gehoben war, setzte er auf Rechnung der Dünste, welche nach seiner Hypothese nichts zur Fortpflanzung des Schalles beitragen und doch die Dichtigkeit der Luft vermindern. Indess waren diese nur willkührliche, durch keine Thatsache unterstüzte Annahmen, und konnten daher wenig befriedigen. Da aber doch eine so grosse Abweichung der Erfahrung von der Rechnung erklärt werden sollte, so nahm man an, es wachse die absolute Ausdehnsamkeit der Luft nicht im geraden Verhältnisse mit ihrer Dichte. Insbesondere äussert **Lagrange** diese Vermuthung, weil wirklich einige Physiker gefunden haben wollten, dass stark comprimirte Luft ihr Volumen durch eine Vermehrung der drückenden Kraft in einem geringeren Verhältnisse ändere, als in dem des Druckes. Andere glaubten darin den Grund der genannten Abweichung zu finden, dass man bei der Deduction der theoretischen Formel nur eine kleine

momentane Erschütterung annimmt, während man doch bei wirklichen Schallversuchen starke Explosionen erregt, in denen der Luft mehrere auf einander folgende Stösse mitgetheilt werden. Den wahren Grund der Sache entdeckte aber Laplace an der durch Compression der Luft während der Bildung einer Schallwelle frei gewordenen Wärme. Biot hat als Beweis für die Richtigkeit dieser Behauptung die Erfahrung angeführt, dass Wasserdünste, durch welche sich der Schall fortpflanzt, ungeachtet der dabei Statt findenden Verdichtung nicht in tropfbaren Zustand übergehen, es fehlte aber noch immer an den nöthigen empirischen Untersuchungen, um den Einfluss der frei gewordenen Wärme in Rechnung bringen, und darnach die Formel für die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft corrigiren zu können, denn man brauchte zu diesem Behufe das Verhältniss zwischen der specifischen Wärme der Luft unter constantem Druck und der unter constantem Volumen zu wissen. Desshalb hat Poisson*) den entgegengesetzten Weg eingeschlagen und untersucht, wieviel Wärme frei werden muss, um zur Ausgleichung der Differenz hinreichend zu seyn, die zwischen der aus der Newton'schen Formel abgeleiteten und der empirisch bestimmten Geschwindigkeit des Schalles in der Luft Statt findet. Endlich bestimmten Laroche und Bérard, später aber noch genauer Gay-Lussac und Welter, die zur directen Auflösung des Problems nöthigen Zahlenwerthe durch Versuche, mit deren Hülfe Laplace und Poisson fand, dass

*) Mémoire sur la theorie du son, Journal polytech. tom. 7.

das Resultat der Newton'schen Formel mit 1,3748 zu multipliciren sey. Eine andere Ursache der Differenz zwischen den Resultaten der Versuche und der Theorie liegt in dem Einfluss des Windes, der die Fortpflanzung des Schalles in der Luft beschleuniget oder verzögert. So lange man daher keine vom Winde unabhängigen Erfahrungen gemacht hatte, war man nicht im Stande, über die Laplace'sche Hypothese zu urtheilen, weil man bei noch obwaltenden Differenzen nicht wissen konnte, wie viel davon auf Rechnung des Windes komme. Bei den Versuchen, die bis zum Jahre 1822 als die genauesten galten, nämlich denen, welche Benzenberg im Jahre 1809 und die französischen Akademiker im J. 1738 anstellten, hat man den Einfluss des Windes nicht beachtet. Desshalb hielt es die Pariser Akademie im Jahre 1822 für nöthig, diese Versuche mit mehr Genauigkeit zu wiederhohlen. Die Herrn Arago, Prony, Mathieu, Bouvard, v. Humboldt und Gay-Lussac *) stellten sie an. Es wurden zu diesem Behufe in jeder der zwei gewählten Stationen sieben Schüsse gethan, so dass immer einer in der ersten Station erregt, in der zweiten beobachtet, der andere in der zweiten erregt und in der ersten beobachtet wurde. Auf diese Weise musste der Wind den Schall, der mit ihm ging, eben so beschleunigen, als er den, welcher gegen ihn ging, verzögerte, und man glaubte das arithmetische Mittel aus den zwei sich so erhebenden Geschwindigkeiten als die Geschwindigkeit des Schalles in ruhiger Luft betrachten zu können.

---

*) Annales de Chimie et de Physique. tom. 21.

Die Richtigkeit dieser Annahme bestreitet aber van Beek *), weil nach einer von van Rees angegebenen Formel statt des arithmetischen das geometrische Mittel der an beiden Stationen beobachteten Zeit genommen werden muss. Allein eines der Mitglieder der Commission, Herr Arago, hatte schon bemerkt, dass selbst, wenn zwei Schüsse gleichzeitig an beiden Stationen erregt werden, das arithmetische Mittel der Fortpflanzungszeiten nicht immer unabhängig vom Winde sey, weil es geschehen kann, dass zwar ein Windstoss in der Richtung des Schalles entsteht, dass ihm aber der Schall vermöge seiner grösseren Geschwindigkeit voreilt, und sich dann wie in ruhiger Luft fortpflanzet, während der nach entgegengesetzter Richtung fortschreitende Schall dem Winde begegnet und von ihm aufgehalten wird. Indess dürfte dieser Fall in einer fast ruhigen Zeit selten eintreffen, und es blieb noch immer zu wünschen, dass man an zwei einander entgegengesetzten Stationen gleichzeitig einen Schall erregte. Dieses geschah durch Dr. Moll, Professor der Physik an der Universität zu Utrecht, und Dr. van Beek **). Zu diesem Zwecke wurden zwei Orte in der Haide der Provinz Utrecht ausgesucht, deren einer vom anderen gesehen werden konnte, und deren Abstand 27669,28 Meter betrug. An jeder dieser Stationen wurde die Richtung des Windes mittelst guter Windfahnen, der Luftdruck und die Temperatur mittelst genau regulirter Barometer und Thermometer und der Feuchtigkeitszustand der Luft mittelst des Da-

*) Bulletin des sciences mathem. phys. et chim. tom. 5. p. 108.

**) Philos. transact. for. 1824. p. II.

niell'schen Hygrometers gemessen. Man feuerte Sechs- und Zwölfpfünder ab, und beobachtete die Zeit mit einem sogenannten Centrifugalpendel. Man bemühte sich, die Kanonen möglichst zu gleicher Zeit in beiden Stationen abzufeuern. Um dieses zu erreichen, hatte man sich in beiden Stationen mit gutenChronometern versehen, derenUebereinstimmung durch vorläufige Versuche genau ausgemittelt war. An jeder Station hatte ein Officier den Chronometer vor sich auf einem Tische, nahe bei der Kanone, liegen, und ein anderer stand unbeschäftiget mit der Lunte am Zündloche bereit. Im rechten Augenblicke fasste der den Chronometer beobachtende Officier den Arm, welcher den Lunten hielt, und feuerte so in demselben Augenblicke die Kanone los. Ein Mittel aus allen am 27. Juni angestellten Beobachtungen gab für die Zeit, in welcher der Schall vom Einflusse des Windes befreit, die Basis durchlief 51″,96. Es kamen also auf jede Secunde 340,06 Meter. Dabei war die mittlere Temperatur 11°, 16 C., die mittlere Barometerhöhe bei 0° C. = 0,74475 M., die mittlere Spannung der Wasserdämpfe in der Luft = 0.0092307 M., die Schwere nach der mittleren Breite beider Stationen berechnet = 9812,03, woraus man für den Zustand der Atmosphäre zur Zeit der Versuche eine Geschwindigkeit des Schalles von 335,14 M. erhält. Mithin fand zwischen der theoretisch und practisch gefundenen Geschwindigkeit ein Unterschied von 4,92 M. Statt. Am 28. Juni wurden dieselben Versuche wiederhohlt; der Schall brauchte, um die Basis von 17669,28 M. zu durchlaufen, 52″,07 und hatte daher eine mittlere Geschwindigkeit von

339.34 M. Dabei war die mittlere Temperatur 11°,215 C., die mittlere Barometerhöhe bei 0° C. = 0,74815 M., die mittlere Spannung der Wasserdämpfe = 0.0084 0465, mithin die theoretisch bestimmte Geschwindigkeit 335,10 M., mithin blieb zwischen der theoretisch und practisch bestimmten ein Unterschied von 4,24 M.

Andere Versuche, bei denen auf den Wind besondere Rücksicht genommen wurde, waren die von Gregory zu Wollwich *). Die Basis, welche zu diesen Versuchen diente, hatte eine Länge von 6550 engl. Fuss, die Zeit wurde durch ein von Hardy erfundenes Instrument, das Zehntel einer Secunde mass, angegeben. Die Stärke des Windes nahm man von einem Anemometer ab, oder man suchte seinem Einflusse dadurch auszuweichen, dass der Schall ihn rechtwinkelig durchkreuzen musste. Beim ersten Versuche ging der Wind dem Schall entgegen und hatte eine Geschwindigkeit von 1085 F., im zweiten ging er mit dem Winde und legte in einer Secunde 1133,5 F. zurück; es konnte daher die Geschwindigkeit in ruhiger Luft für 1109.25 F. und die des Windes für 24,25 F. angenommen werden; letzteres Resultat gab auch das Anemometer. Bei den folgenden, auf ähnliche Art angestellten Versuchen fand man die Geschwindigkeit des Schalles 1113 F. und 1115,25 F. Als aber der Wind den Schall rechtwinkelig durchkreuzte, betrug des letzteren Geschwindigkeit 1112 F., wo das Barometer auf 29,68 Z, das Thermometer auf 60° F. stand. Gregory liess auch den Schall über eine Wasserfläche gehen, und mass seine Geschwindigkeit; auch hatte

*) Philos. magaz. tom 63.

bei einem dieser Versuche die Kanone eine horizontale Richtung, bei dem anderen aber eine Neigung von 140° gegen den Horizont. Er fand aber in beiden Fällen dieselbe Geschwindigkeit und zwar 1117 F., nur war im letzteren Falle die Intensität des Schalles bedeutend schwächer, wie sich dieses wohl aus der Theorie voraussagen liess. Ein Echo, das man beim ersten Schuss hörte, veranlasste G. auch die Geschwindigkeit des reflectirten Schalles auszumitteln. Er mass desshalb die Zeit, die verfloss vom Augenblick an, wo man den directen Schall hörte, bis zu dem, wo man das Echo vernahm, fand aber die Geschwindigkeit mit den vorhergehenden Versuchen übereinstimmend.

Andere Versuche, die weniger durch ihre grosse Genauigkeit als durch ihre grosse Anzahl ausgezeichnet sind, wurden von Goldingham *) zu Madras angestellt. Dazu gab der Umstand Veranlassung, dass dem Observatorium gegenüber an zwei Orten Morgens und Abends ein 24 Pfünder gelöset wurde. Die Anzahl der Beobachtungen beläuft sich gegen 800, worunter viele vorkommen, die bei völlig windstillem Wetter angestellt wurden, und daher wohl brauchbar sind. G. berechnet, wiewohl auf eine nicht ganz zu billigende Art, aus mehreren Resultaten das Mittel, und stellt für jeden einzelnen Monat die Geschwindigkeit des Schalles in eine Tabelle zusammen, mit Hinzugabe des Thermometer-, Barometer- und Hygrometerstandes.

Nebst den hier angeführten Versuchen sind noch

*) Philos. transact. of the royal society of Lond. 1823. p. 1.

die von Myrbach und Stampfer *) angestellten merkwürdig, weil sie das Eigenthümliche haben, dass die beiden Standörter (Mönchsstein und Untersberg bei Salzburg), eine sehr verschiedene Höhe, und zwar einen Höhenunterschied von 4198 Par. F. hatten, während die schiefe Entfernung 30601 Par. Fuss betrug. Man fand im Mittel die auf 0° R. reducirte Geschwindigkeit des Schalles gleich 1024,7 Fuss.

Folgende Tafel enthält die Resultate der besten Versuche über die Geschwindigkeit des Schalles:

Name des Beobachters.	Zeit des Versuches.	Ort des Versuches.	Länge der Basis Meter.	Geschwindigkeit des Schalles in Met.
Mersenne . . .	—	Frankreich	— —	448
Florent. Physiker	1660	Italien	1800	361
Walker	1698	England	800	398
Cassini, Huyghens	—	Frankreich	2105	351
Flamsteed u. Halley	—	England	5000	348
Derham	1704 u. 1705	detto	1600—2000	348
Franz. Akademiker	1738	Frankreich	22913 und 28526	332,93 bei 0° C.
Bianconi . . .	1740	Italien	24000	318
La Condamine .	1740	Quito	20543	339
detto	1744	Cayenne	39429	358
T. T. Mayer . .	1778	Deutschland	1040	336,86
G. E. Müller . .	1791	detto	2600	338
Espinosa u. Banza	1794	Chili	16345	356,14 bei 0° C.
Benzenberg . .	1809	Deutschland	9072	333,07 bei 0° C.
Franz. Akademiker	1822	Frankreich	18612	331,05 bei 0° C.
Goldingham . .	1820—1821	Madras	9005,4 und 4243,3	345,7 im Mittel.
Moll, v. Beek und Kuytenbrouwer	1823	Niederlande	17669,28	332,05 bei 0° C. u. trock. Luft.
v. Myrbach u. Stampfer	1822	Oesterreich	990,9	332,7
Gregory . . .	1824	England	199,6	338,6 im Durchschnitte.

*) Jahrbücher des k. k. polytechnischen Institutes in Wien. 7ter B. 1825.

Mittheilung, Polarisation und doppelte Brechung des Schalles.

Wheatstone *) hat zuerst ein Verhalten des Schalles bei seiner Fortpflanzung bemerkt, welches mit dem des polarisirten Lichtes Aehnlichkeit haben soll. Er stellte den Stiel einer tönenden Stimmgabel oder eine gespannte klingende Saite auf das Ende eines metallenen oder gläsernen 5—6 F. langen Stabes, der mit einer tönenden Platte, z. B. dem Kasten eines Fortepiano, in Verbindung stand, und fand, dass sich der Laut der Stimmgabel der Platte mittheilt, als stünden beide in unmittelbarer Berührung mit einander, und auch augenblicklich aufhört, wenn der Stab vom Brete oder von der Stimmgabel auch nur um das mindeste entfernt wird. Jedoch leitet nicht jeder Metallstab jeden Ton gleich gut, sondern es kommt auf seinen Durchmesser an. Ein sehr dünner Draht kann einen hohen Ton noch recht gut fortpflanzen, keineswegs aber einen tiefen. Wurde der Stiel der Stimmgabel senkrecht auf einen langen geraden Metalldraht gestellt, so pflanzte sich der Schall durch ihn am stärksten fort, wenn sich die beiden vibrirenden Zinken der Stimmgabel in der Ebene des Drahtes befanden, während er sich fast gar nicht durch den Draht fortpflanzte, wenn die Ebene der Zinken mit dem Drahte einen rechten Winkel machte. Dreht man die Stimmgabel, während sie tönt, um ihre Axe, so nimmt der Ton während einer ganzen Umdrehung zweimal ab und zweimal zu, und erlangt zweimal sein Maximum

*) Annales of Philosoph. August 1823.

und eben so oft sein Minimum. Stellt man die Stimmgabel so gegen den Draht, dass sich der Schall am besten durch ihn fortpflanzt, und biegt, während sie tönet, den Metalldraht in der Ebene, in welcher die Schwingungen der Stimmgabel vor sich gehen, so nimmt der Laut ab, wird am schwächsten, bis der Draht rechtwinkelig gebogen ist, wächst bei weiter fortgesetztem Biegen neuerdings, und erlangt seine grösste Stärke wieder, wenn beide Hälften des Drahtes wie die Zinken einer gewöhnlichen Gabel mit einander parallel sind.

Um ein Schall-Phänomen hervorzubringen, welches mit der doppelten Brechung des Lichtes einige Aehnlichkeit hat, wählte Wheatstone folgendes Verfahren: Er stellte einen Metallstab vertical, setzte ihn mit dem unteren Ende mit zwei Leitern in Berührung, die horizontal lagen, mit einander einen rechten Winkel einschlossen, und mit tönenden Platten communicirten; er nahm ferner zwei Stimmgabeln, welche verschiedene Töne gaben, setzte sie an dem Schafte mit dem verticalen Metallstab in Berührung, so dass sie eine horizontale Lage hatten, und die Zinken der einen mit dem einen Leiter in einerlei verticaler Ebene sich befanden, die Zinken der anderen hingegen mit dem zweiten Leiter. Es konnten sich daher die Schwingungen jeder Stimmgabel nur dem Leiter mittheilen, der mit ihren Zinken in einerlei Ebene lag. Man muss aber bemerken, dass diese Phänomene denen der Polarisation des Lichtes, mit welchen sie den Namen gemein haben, keineswegs ganz analog sind.

Behält man aber den Ausdruck der Polarisation des Schalles in dem Sinne, wie ihn W. brauchte, so

muss man auch ein von den Brüdern Weber *) entdecktes Phänomen unter die Polarisationserscheinungen zählen. Dieses besteht darin, dass die Schwingungen einer Stimmgabel nach der Richtung, in welcher die Zinken der Gabel schwingen, und auch in der darauf senkrechten stark vernehmbar sind, während man sie in einer dazwischen liegenden Richtung fast gar nicht hört. Bleibt daher ein Beobachter ruhig vor einer vertical gehaltenen tönenden Stimmgabel stehen, und dreht sie um ihre Axe, so nimmt die Stärke des Schalls während einer ganzen Umdrehung zweimal ab und zweimal zu. Dieses Phänomen, das auf den ersten Anblick sehr complicirt zu seyn scheint, hat Chladni **) sehr scharfsinnig und naturgemäss aus der Beschaffenheit der Schwingungen der Stimmgabel erklärt. Wenn sich nämlich ihre Zinken beim Oscilliren einander nähern, so entsteht von Aussen an den beiden Schenkeln eine verdünnte, von Innen hingegen eine verdichtete Luftwelle, entfernen sie sich von einander, so findet das Gegentheil Statt. Daher muss der Schall nicht bloss in der Richtung der Oscillation der Gabel, sondern auch in der darauf senkrechten deutlich gehört werden können. Zwischen diesen zwei Richtungen aber wird es eine geben, wo die verdünnte Welle mit der verdichteten zusammentrifft, so dass eine die andere schwächt oder ganz aufhebt.

Schon Wheatstone ***) hat gefunden, dass sich

---

*) Die Wellenlehre von E. u. W. Weber. Leipzig. 1825.

**) Kastners Archiv. 1826. 1. St.

***) Am ang. Orte.

der Schall einer tönenden Stimmgabel einem Metalldrahte, mit dem ihr Stiel communicirt, nicht mittheilt, sobald sie auf demselben fortbewegt wird, dass aber die Mittheilung alsogleich erfolgt, wenn man sie auf einer Stelle lässt. Diesem ist eine von den Brüdern Weber *) entdeckte Thatsache analog, vermög welcher die Mittheilung der schwingenden Bewegung einer Stimmgabel an die Luft gänzlich gehindert wird, wenn sich die Stimmgabel schnell um ihre Längenaxe dreht.

Einfluss des Mittels auf die Höhe und Stärke des Schalles.

Man wusste seit langem, dass ein schallender Körper nicht in jedem Mittel dieselbe Anzahl Schwingungen in derselben Zeit macht, und daher nicht in jedem bei einerlei Behandlung denselben Ton gibt, man kannte aber die Gesetze dieses Einflusses gar nicht, bis Savart **) zeigte, dass dieser Einfluss von der Art der Schwingungen, von den Dimensionen des schallenden Körpers und von der Dichte des Mittels abhängt. Sehr lange und dünne Körper, die longitudinal schwingen, geben in jedem Mittel, z. B. in der Luft, in Wasser, in Säuren, in Oehl, selbst in Quecksilber denselben Ton, während der Ton der Körper bei transversalen Schwingungen in verschiedenen Mitteln sehr verschieden ausfällt. Ein dichteres Mittel vertieft solche Töne desto mehr, je breiter und länger ein übrigens sehr dünner Körper ist. Gläserne Röhren oder Platten geben im Wasser einen

*) Wellenlehre §. 274.

**) Annales de Chimie tom. 30. p. 261.

Ton, der um so tiefer ist als in der Luft, je schmäler sie bei derselben Dicke und Länge sind. Solche Körper, deren Seiten gegen die Richtung der Schwingungen mehr oder weniger geneigt sind, wie die meisten Gefässe; müssen in verschiedenen Mitteln die mannigfaltigsten Töne geben. Es lässt sich aber darüber nichts vor der Erfahrung bestimmen, weil die verschiedenen Mittel nicht blos vermöge ihrer Dichte, sondern auch vermöge ihres Mitschwingens auf den Schall Einfluss nehmen. Bei longitudinalen Schwingungen theilen sich die Körper in jedem Mittel auf dieselbe Art ab: nicht so bei Transversalschwingungen. Uebrigens hat ein grösserer oder geringerer Druck des Mittels auf die Schwingungen eines Körpers keinen Einfluss, sobald er nur so weit darein getaucht ist, dass die Oberfläche der Flüssigkeit während des Schwingens eben bleibt, denn man kann ihn, wenn diese Bedingung einmal erreicht ist, zu jeder beliebigen Tiefe ohne Aenderung des Tones eintauchen.

Mit dem Einflusse des Mittels auf die Anzahl der Schwingungen steht auch eine Aenderung der Intensität des Schalles in Verbindung, weil höhere Töne an und für sich schon intentiver sind als tiefere. Auf diesen Umstand muss man achten, wenn es sich um Vergleichung der Stärke des Schalles in verschiedenen Mitteln handelt. Leslie *) hat die Stärke des Schalles im Wasserstoffgas und in einer Mischung aus Wasserstoffgas und atmosphärischer Luft untersucht, und gefunden, dass ein von Wasserstoffgas umgebenes Schlagwerk viel schwächer gehört wird, als in zehnmal ver-

*) Bulletin des sciences math. et phys. et chim. tom 1. p. 233.

dünnter atmosphärischer Luft, und dass ein Gemische aus gleichen Theilen atmosphärischer Luft und Wasserstoffgas den Schall desselben so dämpft, dass man ihn kaum hört. Leslie setzt den ersten Umstand auf Rechnung der geringen Dichte des Wasserstoffgases und seiner Fähigkeit, den Schall sehr schnell fortzupflanzen, wodurch ein Lufttheilchen den Schlägen des schallenden Körpers gar zu leicht ausweicht. Die Schwächung des Schalles hingegen in einem Gemenge aus Hydrogengas und atmosphärischer Luft leitet er davon ab, dass beide Luftarten sich nicht innig mit einander verbinden, und dass daher häufige Reflexionen der Schallstrahlen beim Uebergang von einem Theilchen in ein anderes Statt finden.

Schwingungen gespannter Saiten.

Man nimmt gewöhnlich an, dass das sogenannte ungestrichene C 256 Schwingungen in einer Secunde mache, ohne von der Genauigkeit der Versuche, woraus sich dieses Factum ergibt, genaue Rechenschaft geben zu können. Auch hat die Höhe dieses Tones etwas willkührliches an sich, in so ferne es nämlich jedem frei steht, den Grundton, nach welchem ein musikalisches Instrument gestimmt wird, höher oder tiefer zu nehmen. Allein heut zu Tage wird die Stimmung eines Instrumentes immer nach einer Stimmgabel regulirt, und daher ist diese eigentlich der Repräsentant der ganzen Stimmung. Da diese Stimmgabeln gewöhnlich das einmal gestrichene a ($\overline{a}$) angeben, so braucht man nur die Anzahl der Schwingungen, welche die Stimmgabel in einer Secunde macht, zu kennen, um hieraus die Anzahl der Schwingungen, welche dem ungestrichenen C ent-

spricht, berechnen zu können. Diese Arbeit hat Fischer *) mit einer Genauigkeit unternommen, die nichts mehr zu wünschen übrig lässt.

Er verschaffte sich zu diesem Zwecke 4 Stimmgabeln, wovon eine zur Stimmung des Orchesters des grossen Theaters in Berlin gebraucht wurde, während die zweite die Stimmung der Grand Opéra, die dritte dieselbe am Théâtre Feydeau, die vierte die am Théâtre italien zu Paris genau angab. Hierauf spannte er eine Saite auf ein eigens eingerichtetes (Seite 184 dieses Bandes beschriebenes) Monochord, damit sie mit einer dieser Stimmgabeln in vollkommenem Unisono war, bestimmte alle Elemente, die zur Berechnung der Anzahl der Schwingungen nöthig waren, mit einer musterhaften Genauigkeit, und fand so aus sehr vielen Versuchen die Anzahl der einfachen Schwingungen (worunter Fischer einen einzelnen Hin- und Hergang versteht) jeder Stimmgabel oder der mit ihr im Unisono befindlichen Saite, wie folgt:

Die Stimmgabel vom Theater in Berlin machte in 1 Sec. 437 Schwing.
- - - von der Grand Opéra in Paris 431 - -
- - - vom Théâtre Feydeau 408 - -
- - - vom Théâtre Italien 424 - -

Um aber zu erfahren, ob die materielle Beschaffenheit der Saiten keinen Einfluss auf die Anzahl der Schwingungen hat, die einem Tone von bestimmter Höhe entspricht, machte Fischer mehrere Versu-

*) Abhandl. der Akad. der Wissenschaften zu Berlin. 1825. S. 187.

che mit messingenen, eisernen und Darm-Saiten, fand aber in der Anzahl ihrer Schwingungen bei einerlei Ton keinen Unterschied.

Molecularbewegung schallender Körper.

Bekanntlich hat Chladni zuerst an schallenden Körpern die schwingenden Stellen von den ruhenden mittelst aufgestreuten Sandes unterscheiden gelehrt. Oersted hat an Stellen, an welchen der Sand keine Schwingungsknoten mehr nachweiset, mittelst Hexenmehl (semen lycopodii) oder gepulvertes Blei solche sichtbar gemacht. Wheatstone *) bediente sich in derselben Absicht einer dünnen Wasserschichte, mit welcher er den schallenden Körper bedeckte, und fand dadurch mehrere interessante Resultate in Betreff der Bewegung der kleinsten Theile schallender Körper.

Die Oberfläche einer so mit Wasser bedeckten Glasplatte zeigt sich beim Schwingen wie mit einem Wassernetz bedeckt, das desto feiner ist, je höher der Ton wird, welchen die Platte gibt. Giesst man in ein cylindrisches gläsernes Gefäss drei Flüssigkeiten, die sich über einander lagern, z. B. Quecksilber, Wasser und Oehl, und versetzt es in Schwingungen, so bilden sich an der Oberfläche jeder dieser Flüssigkeiten ähnliche Figuren, wie auf einer mit Wasser bedeckten Glasplatte. Taucht man dieses Glas in ein noch weiteres Gefäss mit Wasser, so bemerkt man an der äusseren Fläche desselben Schwingungen, wie an der inneren. Bestimmt man mittelst eines Micrometers an einer schallenden, mit Wasser

*) Annales de Chimie. tom 23. p. 313.

bedeckten Glasplatte die Anzahl der für sich schwingenden Theile innerhalb einer bestimmten Ausdehnung, so findet man an dem Platze, wo vorhin vier solche Theile waren, nur einen, sobald man nur die Hälfte der Platte in Schwingungen versetzt, so dass sich in dieser ganzen Hälfte gerade noch einmal so viele schwingende Theile befinden, wie vorher auf der ganzen Platte. Wheatstone hat auch die Molecularbewegung, welche durch Längenschwingungen einer Luftsäule hervorgebracht wird, dadurch sichtbar gemacht, dass er das Instrument, worin die Luft schwingt, mit dem offenen Ende in Wasser tauchte.

Gestalt der Klangfiguren auf ebenen Scheiben.

Unter den Klangfiguren, welche Chladni mit eben so viel Reinheit als Sicherheit an ebenen Scheiben hervorzubringen wusste, befanden sich mehrere, die aus geraden, sich durchschneidenden Linien bestanden. Strehlke *) meint aber, dass man, wenn alles recht genau bei den Versuchen zugeht, wenn man dazu Metallscheiben nimmt, sie mit reinem Quarzsand oder mit schwerem magnetischen Eisensand bestreut, und sie recht wohl an einer Stelle befestiget, stets Klangfiguren erhält, die aus krummen Linien im Sinne der Geometrie bestehen, welche sich nicht durchkreuzen. Alle diese Sätze bestreitet aber Chladni **) und behauptet, dass der Irrthum

*) Poggendorfs Annalen der Physik und Chemie. 1825. B. 4. S. 205.

**) Ebendaselbst. 1825. B. 5. S. 345.

Strehlke's hauptsächlich darin liege, dass er sich mettallener Platten bediente, die niemals so homogen sind, wie gläserne. Bei hinreichend homogenen und regelmässigen Scheiben sind nach ihm manchmal alle, manchmal einige Knotenlinien gerade und sowohl die geraden als die krummen können sich durchschneiden.

(Wird fortgesetzt.)

MATHEMATISCHE ABTHEILUNG.

I. Auflösung einiger Aufgaben aus dem Gebiete der Wahrscheinlichkeits-Rechnung.

Aus Poisson's Mémoire sur l'avantage du banquier au jeu de trente et quarante. (Annales des Mathematiques pures et appliquées par Gergonne Tome 16. (1825—1826) pag. 173 etc.)

1.

Die Aufgaben, von welchen hier die Rede seyn wird, boten sich Poisson dar, als er den Vortheil des Banquiers bei dem unter den Benennungen rouge et noir, trente et un, trente et quarante bekannten Hazardspiele der Rechnung zu unterwerfen suchte, ein Problem, welches weder unter den bereits behandelten enthalten ist, noch die Anwendung der gewöhnlichen Methoden gestattet, sondern neuer Hülfsmittel bedarf. Bei dem genannten Spiele werden aus einem durch Vereinigung von sechs vollständigen Kartenspielen gebildeten, also aus $52 \times 6 = 312$ Blättern bestehenden Paquete, worin jede Figur zehn, jedes andere Blatt aber so viel Einheiten zählt, als seine Marken angeben, nach einander so viele Blätter herausgehoben, bis die Summe ihrer Einheiten 30 übersteigt, wodurch der erste Zug vollendet ist; auf diesen folgt aus den übrigen Karten durch dasselbe Verfahren ein zweiter, und dieser endigt die erste Parthie. Nun wird mit den noch übrigen Karten eine

neue, ebenfalls aus zwei solchen Zügen bestehende Parthie eröffnet, und auf die nämliche Weise fortgespielt, bis entweder das Paquet erschöpft ist, oder wenigstens die noch vorhandenen Blätter zu keiner vollständigen Parthie mehr hinreichen, worauf das Spiel mit demselben oder mit einem neuen Paquete wieder beginnen kann. In jeder einzelnen Parthie gewinnt derjenige Zug, dessen Marken zusammen sich am wenigsten über die Zahl 30 erheben; die Spieler wetten gegen den Banquier um den Betrag ihres beliebigen Einsatzes nach ihrem Gutdünken für das Gewinnen des einen oder des anderen Zuges. Eine Parthie deren beide Züge sich um gleichviel von 30 entfernen, wird als nicht gespielt betrachtet, ausgenommen, wenn die Summe beider 31 beträgt (refait de 31): in diesem Falle hat der Banquier das Recht die Hälfte jedes Einsatzes einzuziehen. Hierin besteht der einzige Vortheil des Banquiers bei diesem Spiele, welches in allen anderen Beziehungen zwischen ihm und seinen Gegnern auf gleiche Weise schwebt. Der Werth oder das Moment dieses Vortheiles in Bezug auf eine bestimmte Parthie wird gefunden, wenn man die halbe Summe sämmtlicher Einsätze mit dem Masse der Wahrscheinlichkeit multiplicirt, dass gerade bei dieser Parthie beide Züge die Zahl 31 geben werden. Auf die Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit kommt es also bei der vorliegenden Frage allein an, und dazu führen die Auflösungen der nachstehenden Aufgaben.

2.

Erste Aufgabe.

Ein Gefäss enthält x_1 Kugeln, welche mit Nr. 1 bezeichnet sind; x_2 Kugeln, welche Nr. 2; x_3 Kugeln, welche Nr. 3 u. s. w.; endlich x_i Kugeln, welche Nr. i führen. Man hebt eine Kugel nach der andern aus dem Gefässe heraus, ohne dieselben wieder hineinzulegen, bis die Summe der Nummern sämmtlicher gezogenen Kugeln die Zahl x erreicht oder überstiegen hat. Man frägt nach der Wahrscheinlichkeit diese Summe genau = x zu erhalten.

Es sey s die Anzahl aller in dem Gefässe befindlichen Kugeln, also

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_i = s;$$

ferner seyen a_1, a_2, a_3, ... a_i ganze Zahlen, die Nulle mit zugelassen, welche beziehungsweise die Zahlen x_1, x_2, x_3, ... x_i nicht überschreiten, endlich werde

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_i = n$$

gesetzt.

Da die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses durch den Quotienten gemessen wird, welchen man erhält, wenn man die Anzahl aller diesem Ereignisse günstigen Fälle durch die Anzahl aller möglichen Fälle dividirt, vorausgesetzt, dass die genannten Fälle sämmtlich gleichmöglich sind; so ist die Wahrscheinlichkeit aus den vorhandenen s Kugeln eine mit Nr. 1 bezeichnete herauszuheben $= \frac{x_1}{s}$; ferner die Wahrscheinlichkeit, aus den noch übrigen s — 1 Kugeln eine mit derselben Nummer versehene zu er-

halten $= \frac{x_1 - 1}{s - 1}$; eben so die Wahrscheinlichkeit unter den noch übrigen Kugeln eine von der erwähnten Beschaffenheit zu ergreifen $= \frac{x_1 - 2}{s - 2}$ u. s. w.

Aber die Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens mehrerer von einander unabhängiger Ereignisse wird durch das Product der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ereignisse ausgedrückt; daher ist die Wahrscheinlichkeit aus den vorhandenen s Kugeln in a_1 aufeinander folgenden Zügen, ohne Zurückstellung einer Kugel, ununterbrochen fort, Nr. 1 zu erhalten

$$= \frac{x_1 (x_1 - 1)(x_1 - 2) \ldots (x_1 - a_1 + 1)}{s (s - 1)(s - 2) \ldots\ldots (s - a + 1)}$$

Auf dieselbe Art findet man die Wahrscheinlichkeit aus den noch rückständigen $s - a_1$ Kugeln in a_2 Zügen ununterbrochen fort Kugeln mit Nr. 2 herauszuheben

$$= \frac{x_2 (x_2 - 1)(x_2 - 2) \ldots\ldots (x_2 - a_2 + 1)}{(s - a_1)(s - a_1 - 1)(s - a_1 - 2) \ldots (s - a_1 - a_2 + 1)}$$

u. s. w.; endlich die Wahrscheinlichkeit, bei der i^ten^ Ziehung aus den noch übrigen $s - n + a_i$ Kugeln in a_i Zügen stets Nr. 1 zu bekommen

$$= \frac{x_i (x_i - 1)(x_i - 2) \quad \ldots (x_i - a_i + 1)}{(s - n + a_i)(s - n + a_i - 1) \ldots (s - n + 1)}$$

Multiplicirt man diese Brüche, so ergibt sich die Wahrscheinlichkeit in n Zügen ohne Zurückstellung einer Kugel aus den vorhandenen s Kugeln zuerst a_1 Kugeln mit Nr. 1, sodann a_2 Kugeln mit Nr. 2, hernach a_3 Kugeln mit Nr. 3 etc., endlich a_i Kugeln mit Nr. i erscheinen zu sehen.

Nimmt man aber auf die Ordnung des Aufeinanderfolgens der Kugeln keine Rücksicht, wenn nur nach n Zügen a_1 Kugeln mit Nr. 1, a_2 Kugeln mit Nr. 2, a_3 Kugeln mit Nr. 3 etc., und a_i Kugeln mit Nr. i sich vorfinden, so muss man, um die Wahrscheinlichkeit dieses Erfolges zu bestimmen, das Product der erwähnten Brüche noch mit der Anzahl der Versetzungen, welche die n Nummern mit Berücksichtigung des Umstandes zulassen, dass darunter a_1 gleiche, a_2 andere gleiche u. s. w. vorkommen, nämlich mit der Zahl

$$\frac{1 . 2 . 3 \ldots\ldots\ldots n}{1 . 2 . 3 \ldots a_1 . 1 . 2 . 3 \ldots a_2 \text{ etc. } . 1 . 2 . 3 \ldots a_i}$$

multipliciren. Bezeichnet man der Kürze wegen allgemein den (q+1)ten Coefficienten in der Entwickelung der pten Potenz eines Binoms nach Newtons Formel durch das Symbol $\binom{p}{q}$, so erhält man für die letztere Wahrscheinlichkeit den Ausdruck

$$\frac{\binom{x_1}{a_1}\binom{x_2}{a_2}\binom{x_3}{a_3}\ldots\binom{x_i}{a_i}}{\binom{s}{n}}$$

Dieser Ausdruck lässt sich durch ein innerhalb bestimmter Grenzen genommenes Integral (intégrale définie) darstellen. Es ist nämlich, wie man leicht findet, wenn man das Product $y^n (1-y)^{p+1}$ differenzirt, und darauf wieder integrirt

$$\int (1-y)^p \, y^n \, dy = -\frac{y^n (1-y)^{p+1}}{p+1}$$
$$+\frac{n \int (1-y)^{p+1} \, y^{n-1} \, dy}{p+1};$$

also, wenn man die Integrale für $y = o$ verschwinden lässt, und sie bis $y = 1$ ausdehnt,

$$\int (1-y)^p\, y^n\, dy = \frac{n}{p+1} \int (1-y)^{p+1}\, y^{n-1}\, dy$$

Setzt man hier nach und nach $n-1$, $n-2$, $n-3, \ldots 3, 2, 1$ statt n; ferner $p+1$, $p+2$, $p+3 \ldots p+n-1$ statt p, und substituirt man jeden folgenden Ausdruck in den vorhergehenden, so ergibt sich innerhalb der erwähnten Grenzen

$$\int (1-y)^p y^n dy = \frac{n\,(n-1)\,(n-2)\ldots 3.2.1}{(p+1)(p+2)(p+3)\ldots(p+n)} \times$$
$$\times \int (1-y)^{p+n}\, dy$$

Aber innerhalb derselben Grenzen ist

$$\int (1-y)^{p+n} dy = \frac{1}{p+n+1}$$

folglich hat man, wenn man $\binom{p+n}{n}$ statt

$\dfrac{(p+n)\ldots(p+2)(p+1)}{1\ldots(n-1)\,n}$ schreibt,

$$\binom{p+n}{n}^{-1} = (p+n+1) \int (1-y)^p y^n\, dy$$

Es sey nun $p+n = s$, oder $p = s-n$, so finden wir

$$\binom{s}{n}^{-1} = (s+1) \int (1-y)^{s-n} y^n dy$$

folglich wenn wir der Kürze wegen

$$\binom{x_1}{a_1} \frac{y^{a_1}}{(1-y)^{a_1}} \cdot \binom{x_2}{a_2} \frac{y^{a_2}}{(1-y)^{a_2}} \cdot \binom{x_3}{a_3} \frac{y^{a_3}}{(1-y)^{a_3}} \cdots$$
$$\cdots \binom{x_i}{a_i} \frac{y^{a_i}}{(1-y)^{a_i}} = Y$$

seyn lassen, und bedenken, dass die Summe der Exponenten a_1, a_2, $a_3 \ldots a_i$ gleich n ist,

$$\binom{x_1}{a_1} \cdot \binom{x_2}{a_2} \binom{x_3}{a_3} \cdots \binom{x_i}{a_i} \cdot \binom{s}{n}^{-1}$$

$$= (s+1) \int (1-y)^s \, Y \, dy$$

Die Summe der bei den oben erwähnten n Zügen erscheinenden Nummern ist $= a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \ldots + ia_i$; aber diese Summe soll, wie es die Aufgabe verlangt $= x$ seyn: daher ist (nach dem Satze, dass die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens eines unter mehreren Fällen durch die Summe der Wahrscheinlichkeiten dieser Fälle gemessen wird), die geforderte Wahrscheinlichkeit der Summe aller Resultate gleich, welche der Ausdruck $(s+1) \int (1-y)^s \, Y dy$ darbietet, wenn man den Zahlen a_1, a_2, $a_3 \ldots a_i$ alle der Gleichung $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \ldots + ia_i = x$ Genüge leistenden Werthe beilegt. Stellen wir nun die Summe aller Werthe, welche Y für die erwähnten Werthe von a_1, a_2, $a_3 \ldots a_i$ annimmt durch Y_1, und die zu suchende Wahrscheinlichkeit durch X vor, so ist

$$X = (s+1) \int (1-y)^s \, Y_1 \, dy$$

Entwickelt man die Potenzen

$$\left(1+\frac{yt}{1-y}\right)^{x_1}, \left(1+\frac{yt^2}{1-y}\right)^{x_2}, \text{ etc. } \left(1+\frac{yt^i}{1-y}\right)^{x_i}$$

worin t eine unbestimmte Grösse anzeigt, nach dem binomischen Lehrsatze, und multiplicirt man die erhaltenen Reihen, so erscheint in dem nach den steigenden Potenzen von t geordneten Producte, t^x mit dem Coefficienten Y_1. Da nun $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_i = s$ ist, so kann man auch Y_1 als den Coefficienten von t^x in der Entwickelung des Productes

$$(1-y)^{-s}\,(1-y+yt)^{x_1}\,(1-y+yt^2)^{x_2}\ldots(1-y+yt^i)^{x_i}$$

bezeichnen, und somit wird die geforderte Wahrscheinlichkeit X durch den Coefficienten von t^x in der Entwickelung des von $y=0$ bis $y=1$ genommenen Integrals

$$(s+1)\int(1-y+yt)^{x_1}\,(1-y+yt^2)^{x_2}\ldots(1-y+yt^i)^{x_i}dy$$

ausgedrückt.

3.

Die so eben betrachtete Aufgabe lässt sich auch mit Hülfe einer Differenzen-Gleichung auflösen. Die zu suchende Wahrscheinlichkeit ist nämlich eine Function der Zahl x und der Zahlen $x_1, x_2, z_3, \ldots x_i$. Sie werde durch das Zeichen

$$f(x, x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_i)$$

vorgestellt. Nimmt man an, es sey bereits der erste Zug gemacht worden, so geht die fragliche Wahrscheinlichkeit nunmehr

entweder in $f(x-1, x_1-1, x_2, x_3 \ldots x_i)$

oder in $f(x-2, x_1, x_2-1, x_3 \ldots x_i)$

oder in $f(x-3, x_1, x_2, x_3-1, \ldots x_i)$

.. ..

oder endlich in $f(x-i, x_1, x_2, x_3, \ldots x_i-1)$

über, je nachdem die gezogene Kugel entweder die Nummer 1, oder 2, oder 3, ... oder endlich i an sich trägt. Die Wahrscheinlichkeiten der letztgenannten Ereignisse sind beziehungsweise $\frac{x_1}{s}, \frac{x_2}{s}, \frac{x_3}{s} \ldots \frac{x_i}{s}$; daher drücken die Producte

$$\frac{x_1}{s} f(x-1, x_1-1, x_2, x_3, \ldots x_i)$$

$$\frac{x_2}{s} f(x-2, x_1, x_2-1, x_3, \ldots x_i)$$

$$\frac{x_3}{s} f(x-3, x_1, x_2, x_3-1, \ldots x_i)$$

.. ..

$$\frac{x}{s} f(x-i, x_1, x_2, x_3, \ldots x_i-1)$$

die Wahrscheinlichkeiten aus, die vorgeschriebene Summe x unter der besonderen Bedingung zu erreichen, dass der Anfangszug gerade Nr. 1, oder Nr. 2, oder Nr. 3, u. s. w., oder endlich Nr. i darstellt. Aber einer dieser Fälle wird gewiss immer Statt finden; daher ist die zu suchende Wahrscheinlichkeit die Summe dieser einzelnen Wahrscheinlichkeiten.

Auf diesem Wege, welchen man bei der Behandlung der meisten Probleme der Wahrscheinlichkeits-Rechnung einzuschlagen pflegt, gelangt man zu der Gleichung

$$(1)\quad f(x, x_1, x_2, x_3, \ldots x_i) = \frac{x_1}{s} f(x-1, x_1-1, x_2, x_3 .. x_i)$$
$$+ \frac{x_2}{s} f(x-2, x_1, x_2-1, x_3 .. x_i)$$
$$+ \frac{x_3}{s} f(x-3, x_1 . x_2, x_3-1 .. x_i)$$
$$+ \text{etc.}$$
$$+ \frac{x_i}{s} f(x-i, x_1, x_2, x_3 .. x_i-1)$$

Wiederholt man die obigen Schlüsse unter der Voraussetzung, dass $x = a$ und $a < i$ ist. so findet man

$$f(a, x_1, x_2, x_3 \ldots x_i) = \frac{x_1}{s} f(a-1, x_1-1, x_2, x_3 \ldots x_i)$$
$$+ \frac{x_2}{s} f(a-2, x_1, x_2-1, x_3 \ldots x_i)$$
$$+ \frac{x_3}{s} f(a-3, x_1, x_2, x_3-1 \ldots x_i)$$
$$+ \text{etc.}$$
$$+ \frac{x_{a-1}}{s} f(1, x_1, x_2, .. x_{a-1}-1, .. x_i)$$
$$+ \frac{x_a}{s}.$$

Soll diese Gleichung aus der obigen für $x = a$ wirklich hervorgehen, so muss offenbar $f(x, x_1, x_2, x_3 \ldots . x_i)$ der Einheit gleich gesetzt werden, wenn die Nulle an die Stelle von x kömmt, und verschwinden, wenn x negativ und ohne Rücksicht auf das Vorzeichen kleiner als i wird, welche Werthe die andern veränderlichen Grössen $x_1, x_2, x_3 \ldots . x_i$ auch immer erhalten mögen. Lässt man nun in der Gleichung (1) nach und nach $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, ... seyn, so ergibt sich

$$f(1, x_1, x_2, \ldots . x_i) = \frac{x_1}{s}$$

$$f(2, x_1, x_2, \ldots . x_i) = \frac{x_1}{s} f(1, x_1 - 1, x_2 \ldots . x_i) + \frac{x_2}{s}$$

$$f(3, x_1, x_2, \ldots . x_i) = \frac{x_1}{s} f(2, x_1 - 1, x_2 \ldots . x_i) + \frac{x_2}{s} f(1, x_1, x_2 - 1 \ldots x_i) + \frac{x_3}{s} \text{u.s.w.}$$

Setzt man in der ersten dieser Gleichungen nach und nach $x_1 - 1$, $x_2 - 1$, $x_3 - 1$ etc. statt x_1, x_2, x_3 etc., wobei natürlich auch $s - 1$ an die Stelle von s tritt, so kann man mittelst derselben die Grössen $f(1. x_1 - 1, x_2 \ldots x_i)$, $f(1, x_1. x_2 - 1, \ldots x_i)$ u. s. w. aus den übrigen Gleichungen wegschaffen, und man hat

$$f(2, x_1, x_2, \ldots x_i) = \frac{x_1}{s} \cdot \frac{x_1 - 1}{s - 1} + \frac{x_2}{s}$$

$$f(3, x_1, x_2, \ldots x_i) = \frac{x_1}{s} f(2, x_1 - 1, x_2, \ldots x_i) + \frac{x_2}{s} \cdot \frac{x_1}{s - 1} + \frac{x_3}{s} \text{ u. s. w.}$$

Aus diesen zwei Gleichungen folgt eben so

$$f(3, x_1, x_2 \ldots x_i) = \frac{x_1}{s} \cdot \frac{x_1 - 1}{s - 1} \cdot \frac{x_1 - 2}{s - 2} + 2 \frac{x_2}{s} \cdot \frac{x_1}{s - 1} + \frac{x_3}{s} \text{ u. s. f.}$$

Auf diese Weise lässt sich die fragliche Wahrscheinlichkeit für kleine Werthe von x leicht ausmitteln; allein die Rechnung wird ihrer Weitläufigkeit wegen unanwendbar, sobald der Werth von x einigermassen beträchtlich ist, und man muss sich in solchen Fällen an das Integral der obigen Differenzen-Gleichung (1) wenden. Diese Gleichung erhält nach verrichteter Multiplication beider Theile mit s veränderliche Coefficienten vom ersten Grade und könnte daher mit Hülfe bestimmter Integrale integrirt werden. Jedoch würde uns diese Methode nur sehr schwer zum Ziele führen: es mag daher hinreichen zu zeigen, dass die in 2. gefundene Auflösung der Gleichung (1) wirklich Genüge leistet.

4.

Der erwähnten Auflösung gemäss ist
$f(x, x_1, x_2, \ldots x_i)$ der Coefficient der Potenz t^x in in der Entwickelung des von $y=0$ bis $y=1$ genommenen Integrals

$$(s+1)\int(1-y+yt)^{x_1}(1-y+yt^2)^{x_2}\ldots(1-y+yt^i)^{x_i}dy$$

Setzen wir dieses Integral $= F(x_1, x_2, x_3, \ldots x_i)$ so haben wir

$$(2)\quad \Sigma t^x f(x, x_1, x^2, x_3 \ldots x_i) = F(x_1, x_2, x_3, \ldots x_i)$$

wobei Σ eine Summe anzeigt, welche sich auf alle ganzen positiven Werthe des x, die Nulle mit einbegriffen, also von $x=0$ bis $x=\infty$ erstreckt.

Die hier anzustellende Probe ist vollzogen, wenn wir die Eigenschaften der Function $F(x_1, x_2, x_3, \ldots x_i)$ unter der Voraussetzung, dass die Gleichung (2) bestehe erforschen, und dann nachweisen, dass diesel-

ben Eigenschaften auch dem oben aufgestellten Integral zukommen.

Die Function $f(x, x_1, x_2 \ldots x_i)$ verschwindet für negative Werthe von x; es ist daher, wenn k eine ganze positive Zahl bedeutet,

$$\Sigma\, t^x f(x-k, x_1, x_2, x_3 \ldots x_i) = t^k F(x_1, x_2, x_3 \ldots x_i);$$

ferner geht $f(x, x_1, x_2 \ldots x_i)$ für $x = 0$ in die Einheit über, daher beginnt die Function $F(x_1, x_2, x_3 \ldots x_i)$ mit dem Gliede 1. Multiplicirt man also die Gleichung (1) mit t^x und nimmt man beiderseits die Summen von $x = 1$ bis $x = \infty$, so erhält man

$$(3)\ F(x_1, x_2, x_3, \ldots x_i) - 1$$
$$= \frac{tx_1}{s} F(x_1 - 1, x_2, x_3, \ldots x_i)$$
$$+ \frac{t^2 x_2}{s} F(x_1, x_2 - 1, x_3, \ldots x_i)$$
$$+ \text{etc.}$$
$$+ \frac{t^i x_i}{s} F(x_1, x_2, x_3 \ldots x_i - 1)$$

welcher Gleichung das oben erwähnte Integral wirklich Genüge leistet. Denn setzt man in demselben

$$\frac{y}{1-y} = u, \text{ also } y = \frac{u}{1+u} \text{ und } dy = \frac{du}{(1+u^2)};$$

wie auch der Kürze wegen

$$(1 + ut)^{x_1} . (1 + ut^2)^{x_2} . (1 + ut_3)^{x_3} \ldots (1 + ut^i)^{x_i} = U$$

so verwandelt sich dieses Integral in

$$(s + 1) \int \frac{U du}{(1 + u)^{s+2}} = F(x_1, x_2, x_3, \ldots x_i)$$

wobei aber die Integration sich auf die Grenzen $u = 0$ und $u = \infty$ bezieht. Setzt man ferner in eben diesem Integral nach und nach $x_1 - 1$ statt x_1,

$x_2 - 1$ statt x_2 u. s. w. $x_i - 1$ statt x_i und jedesmal $s - 1$ statt s, so hat man

$$F(x_1 - 1, x_2, \ldots x_i) = s\int (1-y+yt)^{x_1-1}(1-y+yt^2)^{x_2}\ldots$$
$$\ldots(1-y+yt^i)^{x_i}dy$$

$$F(x_1, x_2 - 1, \ldots x_i) = s\int (1-y+yt)^{x_1}(1-y+yt^2)^{x_2-1}\ldots$$
$$\ldots(1-y+yt_i)^{x_i}dy$$

. . . .

$$F(x_1, x_2, \ldots x_i - 1) = s\int (1-y+yt)^{x_1}(1-y+yt^2)^{x_2}\ldots$$
$$\ldots(1-y+yt^i)^{x_i-1}dy$$

Differenzirt man aber U in Bezug auf u, so findet man

$$\frac{dU}{du} = tx_1(1+ut)^{x_1-1}(1+ut^2)^{x_2}\ldots(1+ut^i)^{x_i}$$
$$+ t^2x_2(1+ut)^{x_1}(1+ut^2)^{x_2-1}\ldots(1+ut^i)^{x_i}$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ t^ix_i(1+ut)^{x_1}(1+ut^2)^{x_2}\ldots(1+ut^i)^{x_i-1}$$

und, wenn man diese Gleichung mit den obigen vergleicht

$$s\int\frac{dU}{(1+u)^{s+1}} = tx_1F(x_1 - 1, x_2, \ldots x_i)$$
$$+ t^2x_2F(x_1, x_2 - 1, \ldots x_i) + \text{etc.}$$
$$\ldots\ldots + t^ix_iF(x_1, x_2, \ldots x_i - 1)$$

Durch diese Resultate geht die Gleichung (3) in

$$(4)\quad (s+1)\int\frac{Udu}{(1+u)^{s+2}} - 1 = \int\frac{dU}{(1+u)^{s+1}}$$

über. Aber es ist überhaupt

$$\int\frac{dU}{(1+u)^{s+1}} = \frac{U}{(1+u)^{s+1}} + (s+1)\int\frac{Udu}{(1+u)^{s+2}}$$

also insbesondere, wenn die Integrale für $u = 0$

verschwinden und bis $u = \infty$ ausgedehnt werden sollen, weil U bei dem ersten Grenzwerthe $= 1$ und bei dem zweiten $= 0$ wird:

$$\int \frac{dU}{(1+u)^{s+1}} = -1 + (s+1)\int \frac{Udu}{(1+u)^{s+2}}$$

Est ist demnach die Gleichung (4) eine identische, und hierdurch die Uebereinstimmung des Resultates in 2 mit der in 3 gefundenen Gleichung bewährt.

5.

Zweite Aufgabe.

Ein Gefäss enthält x_1 Kugeln mit Nr. 1, x_2 Kugeln mit Nr. 2, x_3 Kugeln mit Nr. 3 u. s. w. x_i Kugeln mit Nr. i bezeichnet. Unter der Voraussetzung keine gezogene Kugel wieder zurückzustellen, hebt man aus demselben in einer ersten Reihe von Zügen nach und nach Kugeln heraus, bis die Summe der darauf befindfichen Nummern die Zahl x erreicht oder überstiegen hat; eben so nimmt man in einer zweiten Reihe von Zügen von den rückständigen Kugeln so viele weg, als nöthig sind, um die Summe x′ oder eine grössere darzustellen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit bei der ersten Operation genau die Summe x und zugleich bei der zweiten genau x′ erscheinen zu sehen?

Wie bereits während der Auflösung der vorhergehenden Aufgabe gefunden wurde, ist die Wahrkeit, dass in der ersten Reihe von Zügen a_1 Kugeln mit Nr. 1, a_2 Kugeln mit Nr. 2, a_3 Kugeln mit Nr. 3 u. s. w., endlich a_i Kugeln mit Nr. i in was immer für einer Ordnung ergriffen werden

$$= \binom{s}{n}^{-1} \binom{x_1}{a_1} \binom{x_2}{a_2} \binom{x_3}{a_3} \cdots \binom{x_i}{a_i}$$

wobei $s = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_i$

und $n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_i$ gesetzt wurde.

Aus demselben Grunde ist die Wahrscheinlichkeit aus den noch übrigen $s - n$ Kugeln in was immer für einer Ordnung b_1 Kugeln mit Nr. 1, b_2 Kugeln mit Nr. 2, b_3 Kugeln mit Nr. 3, u. s. w. endlich b_i Kugeln mit Nr. i herauszuheben

$$= \binom{s-n}{n'}^{-1} \binom{x_1 - a_1}{b_1} \binom{x_2 - a_2}{b_2} \binom{x_3 - a_3}{b_3} \cdots \binom{x_i - a_i}{b_i}$$

wobei n' die Summe $b_1 + b_2 +$ etc. bedeutet.

Demnach ist die Wahrscheinlichkeit der Aufeinanderfolge beider Ereignisse, wenn man das Product zweier Binomial-Coefficienten von den Formen

$\binom{x_1}{a_1}$ und $\binom{x_1 - a_1}{b_1}$ durch $\binom{x_1}{a_1, b_1}$ vorstellt,

$$= \binom{s}{n, n'}^{-1} \binom{x_1}{a_1, b_1} \binom{x_2}{a_2, b_2} \binom{x_3}{a_3, b_3} \cdots \binom{x_i}{a_i, b_i}$$

Man kann aber das Product

$$\binom{s}{n, n'} = \frac{s(s-1)(s-2)\ldots(s-n+1)}{1.\ 2.\ 3.\ldots\ldots n} \cdot \frac{(s-n)\ldots(s-n-n'+1)}{1.\ 2.\ldots n'}$$

auch auf die Form

$$\frac{s(s-1)\ldots(s-n-n'+1)}{1.\ 2.\ldots\ldots (n+n')} \cdot \frac{(n+n')(n+n'-1)\ldots(n'+1)}{1.\ 2.\ldots\ldots n'}$$

bringen, d. h. es ist in unseren Zeichen

$$\binom{s}{n, n'} = \binom{s}{n+n'} \binom{n+n'}{n};$$

ferner ist, der früher gebrauchten Formel gemäss:

$$\binom{s}{n+n'}^{-1} = (s+1) \int (1-y)^{s-n-n'} y^{n+n'} dy$$

und $\binom{n+n'}{n}^{-1} = (n+n'+1) \int (1-z)^{n'} z^n dz$

wenn man in der ersten Gleichung von $y = 0$ bis $y = 1$, und in der zweiten von $z = 0$ bis $z = 1$ in-

tegrirt; auch ist, wenn man nach verrichteter Differenziation $\alpha = 1$ setzt

$$n + n' + 1 = \frac{d \,.\, \alpha^{n + n' + 1}}{d\alpha}$$

also $\binom{n + n'}{n}^{-1} = \frac{d.}{d\alpha} \int (1 - z)^{n'} z^n \alpha^{n + n' + 1} dz$:

daher hat man wenn man

$$X_1 \, X_2 \, X_3 \, \ldots \, X_i = P$$

und im Allgemeinen, in so ferne der Zeiger m zwischen 1 und i fällt,

$$X_m = \binom{x_m}{a_m, b_m} \frac{y^{a_m + b_m} (1 - z)^{b_m} z^{a_m} \alpha^{a_m + b_m}}{(1 - y)^{a_m + b_m}}$$

seyn läst, die letztgenannte Wahrscheinlichkeit

$$\binom{s}{n, n'}^{-1} \binom{x_1}{a_1, b_1} \binom{x_2}{a_2, b_2} \ldots \binom{x_i}{a_i, b_i}$$

$$= (s + 1) \frac{d.}{d\alpha} \iint P (1 - y)^s \alpha dy dz$$

Die hier aufzulösende Aufgabe fordert, dass

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \ldots + ia_i = x$$

und $b_1 + 2b_2 + 3b_3 + \ldots + ib_i = x'$ sey;

gibt man also den ganzen positiven Zahlen a_1, a_2, a_3, ... a_i; b_1, b_2, b_3, ... b_i alle möglichen diesen Gleichungen genügenden Werthe, und nennt man P_1 die Summen aller denselben entsprechenden Werthe von P, und p die zu suchende Wahrscheinlichkeit, so ist

$$p = (s + 1) \frac{d.}{d\alpha} \iint (1 - y)^s P_1 \alpha dy dz.$$

Allein man kann X_m als den Coefficienten des Productes $t^{ma_m} . \vartheta^{mb_m}$ in der Entwickelung der Potenz

$$\left(1 + \frac{y\alpha}{1-y}[zt^m + (1-z)\vartheta^m]\right)$$

betrachten, wobei t und ϑ unbestimmte Grössen vorstellen; daher ist P_1 der Coefficient von $t^x \vartheta^{x'}$ in der nach den Potenzen und den Producten der Potenzen von t und ϑ verrichteten Entwickelung des Productes

$$\left(1 + \frac{y\alpha}{1-y}[zt+(1-z)\vartheta]\right)^{x_1}\cdot\left(1 + \frac{y\alpha}{1-y}[zt^2+(1-z)\vartheta^2]\right)^{x_2}\cdot$$

$$\ldots\ldots \times \left(1 + \frac{y\alpha}{1-y}[zt^i+(1-z)\vartheta^i]\right)^{x_i}$$

worans denn endlich folgt, dass die zu berechnende Wahrscheinlichkeit p der Coefficient von $t^x \vartheta^{x'}$ in der Entwickelung der Grösse

$$(s+1)\frac{d.}{d\alpha}\iint(1-y+y\alpha[zt+(1-z)\vartheta])^{x_1}\times$$
$$\times(1-y+y\alpha[zt^2+(1-z)\vartheta^2])^{x_2}\times$$
$$\times\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\times(1-y+y\alpha[zt^i+(1-z)\vartheta^i)^{x_i}\,.\,\alpha dydz$$

seyn muss, wenn man nach der Differenziation $\alpha = 1$ nimmt und die Integrale von $y = 0$ bis $y = 1$ und von $z = 0$ bis $z = 1$ ausdehnt.

Die hier gebrauchte Analyse führt auch noch zum Ziele, wenn man mehr als zwei Reihen nach einander gezogener Kugeln betrachten wollte.

6.

Sind die Zahlen x_1, x_2, $x_3 \ldots x_i$ gross, und ihrer sehr viele vorhanden, so ist es äusserst beschwerlich den zur Auflösung der vorhergehenden Aufgabe

erforderlichen Coefficienten genau zu berechnen, und man muss zu Annäherungsmethoden seine Zuflucht nehmen. Folgende ist zu dem beabsichtigten Zwecke dienlich:

Es sey der Kürze wegen

$$1 - \alpha[zt + (1 - z)\vartheta] = z_1$$
$$1 - \alpha[zt^2 + (1 - z)\vartheta^2] = z_2$$
$$1 - \alpha[zt^3 + (1 - z)\vartheta^3] = z_3$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$1 - \alpha[zt^i + (1 - z)\vartheta^i] = z_i$$

ferner

$$(1 - yz_1)^{x_1}(1 - yz_2)^{x_2}(1 - yz_3)^{x_3}\ldots(1 - yz_i)^{x_i} = Y$$

endlich $U = (s + 1)\frac{d.}{d\alpha}\iint Y\alpha dydz$, so handelt es sich darum das Integral $\int Ydy$ durch eine convergirende Reihe auszudrücken. Man setze desshalb

$$V = -\frac{Ydy}{dY}, \text{ also } Y = -V\frac{dY}{dy},$$

so wird $\iint Ydy = -\int VdY$ oder

$$\int Ydy = -YV + \int YdV = -YV - \int\frac{VdV}{dy}dY$$

$$= -YV - YV\frac{dV}{dy} + \int Yd\left(V\frac{dV}{dy}\right)$$

$$= -YV - YV\frac{dV}{dy} - \int V\frac{d\left(\frac{VdV}{dy}\right)}{dy}dV$$

$$= -YV - YV\frac{dV}{dy} - TV\frac{d\left(\frac{VdV}{dy}\right)}{dy}$$

$$+ \int V d\left(\frac{V d\left(\frac{VdV}{dy}\right)}{dy}\right) = \text{etc.}$$

folglich, wenn man die Integration von y = o bis y = 1 ausdehnt:

$$\int Y dy = Y_0 \left\{ V_0 + V_0 \frac{dV_0}{dy} + V_0 \frac{d\left(V_0 \frac{dV_0}{dy}\right)}{dy} + V_0 \frac{d\left(V_0 \frac{d\left(V_0 \frac{dV_0}{dy}\right)}{dy}\right)}{dy} + \ldots \right\}$$

$$- Y_1 \left\{ V_1 + V_1 \frac{dV_1}{dy} + V_1 \frac{d\left(V_1 \frac{dV_1}{dy}\right)}{dy} + V_1 \frac{d\left(V_1 \frac{d\left(V_1 \frac{dV_1}{dy}\right)}{dy}\right)}{dy} + \ldots \right\}$$

wobei die Zeiger o und 1 darauf aufmerksam machen sollen, dass nach verrichteter Differenziation y = o und y = 1 zu nehmen ist. Diese Reihe ist eine derjenigen, welche **Laplace** zur näherungsweisen Berechnung der Integrale von Functionen grosser Zahlen angegeben hat. Der zweite Theil der obigen Formel, welcher der Substitution y = 1 entspricht, bietet, wie man leicht sieht, bloss solche Glieder dar, in welchen die Potenzen und Producte der Potenzen von t und ϑ mit Exponenten, deren Summe die Zahl $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \ldots + ix_i$ übertrifft, versehen sind; er fällt daher in gegenwärtiger Untersuchung ganz weg und man hat wegen $Y_0 = 1$

$$\int Y dy = V_0 \left[1 + \frac{dV_0}{dy} + \frac{d\left(V_0 \frac{dV_0}{dy}\right)}{dy} + \frac{\frac{d\left(V_0 d\left(V_0 \frac{dV_0}{dy}\right)\right)}{dy}}{dy} + \dots \right]$$

Man findet ferner

$$V = \frac{1}{\frac{x_1 z_1}{1 - y z_1} + \frac{x_2 z_2}{1 - y z_2} + \frac{x_3 z_3}{1 - y z_3} + \dots + \frac{x_i z_i}{1 - y z_i}}$$

Entwickelt man den Nenner dieses Ausdruckes nach den Potenzen von y und setzt man, insofern m eine ganze positive Zahl vorstellt,

$$x_1 z_1^m + x_2 z_2^m + x_3 z_3^m + \dots + x_i z_i^m = Z_m$$

so ergibt sich

$$V = \frac{1}{Z_1 + Z_2 y + Z_3 y^2 + Z_4 y^3 + \text{etc.}}$$

folglich nach verrichteter Substitution in dem Ausdrucke für $\int Y dy$,

$$\int Y dy = \frac{1}{Z_1} - \frac{Z_2}{Z_2^3} + \frac{3Z_1^2 - 2Z_1 Z_3}{Z_1^5} - \frac{15Z_1^3 - 20Z_1 Z_2 Z_3 + 6Z_1^2 Z_4}{Z_1^7}$$

Diese Reihe convergirt, wenigstens in ihren ersten Gliedern, um so mehr, je grösser die Zahlen x_1, x_2, x_3 . . . xi folglich auch Z_1, Z_2, Z_3, .. sind; zuletzt aber geht sie in eine divergirende Reihe über, da die numerischen Coefficienten, welche in den Zählern ihrer Glieder erscheinen, fortwährend wachsen.

Jedoch ist der convergirende Theil derselben zur näherungsweisen Darstellung des Integrals tauglich, und man kann, indem man sich vor der Hand auf das erste Glied beschränkt,

$$U = (s + 1) \frac{d.}{d\alpha} \int \frac{\alpha dz}{Z_1}$$

gelten lassen. Nun ist

$$Z_1 = s - \alpha z T - \alpha(1 - z)\,\Theta$$

wenn man

$$x_1 t + x_2 t^2 + x_3 t^3 + \ldots + x_i t^i = T$$

und $x_1 \vartheta + x_2 \vartheta^2 + x_3 \vartheta^3 + \ldots + x_i \vartheta^i = \Theta$ setzt, folglich nach verrichteter Differenziation und der Substitution $\alpha = 1$

$$U = \int \frac{(1 + s) s dz}{(s - z\,T - (1 - z)\Theta)^2}$$

und wenn man innerhalb den Grenzen $z = 0$ und $z = 1$ integrirt

$$U = \frac{(s+1)s}{T - \Theta} \left(\frac{1}{s - T} - \frac{1}{s - \Theta} \right)$$

$$= \frac{s+1}{s} \left(1 - \frac{T}{s}\right)^{-1} \left(1 - \frac{\Theta}{s}\right)^{-1}$$

der Coefficient von $t^x \vartheta^{x'}$ in der Entwickelung dieses Ausdruckes ist ein angenäherter Werth, der in der zweiten Aufgabe geforderten Wahrscheinlichkeit p.

7.

Die Wahrscheinlichkeit aus s Kugeln, worunter x_1, mit Nr. 1, x_2 mit Nr. 2 u. s. w., x_i mit Nr. i bezeichnet sind, unter der Voraussetzung, dass jede gezogene Kugel alsogleich wieder zurückgestellt werde, in einer festgesetzten Ordnung a_1 Kugeln mit Nr. 1, a_2 mit Nr. 2 etc. a_i mit Nr. i herauszuhe-

ben ist nach den oben angeführten Principien dem Producte

$$\left(\frac{x_1}{s}\right)^{a_1} \left(\frac{x_2}{s}\right)^{a_2} \left(\frac{x_3}{s}\right)^{a_3} \cdots \left(\frac{x_i}{s}\right)^{a_i}$$

gleich. Ist aber die Ordnung, in welcher die Kugeln erscheinen, gleichgültig, so muss dieses Product noch mit der Versetzungszahl der gezogenen Kugeln, nämlich mit

$$\frac{1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\,.\,.\,.\, n}{1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\,.\, a_1 \,.\, 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\,.\, a_2 \,.\, \text{etc.}\; 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\,.\, a_i}$$

multiplicirt werden, wobei n die Summe $a_1 + a_2 + a_3 + \,.\,.\, + a_i$ bedeutet. Soll die Summe der Nummern der n gezogenen Kugeln = x seyn, wie auch immer die Anzahl der Kugeln jeder einzelnen Gattung ausfallen mag, so ist bloss nöthig, dass die Gleichung

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \,.\,.\,.\, + ia_i = x$$

erfüllt werde, und die Wahrscheinlichkeit dieses Erfolges wird durch die Summe der Werthe ausgedrückt, welche das Product

$$\frac{1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\,.\,.\, n}{1 \,.\,.\,.\, a_1 \,.\, 1 \,.\,.\,.\, a_2 \;\text{etc.}\; 1 \,.\,.\, a_i} \left(\frac{x_1}{s}\right)^{a_1} \left(\frac{x_2}{s}\right)^{a_2} \cdots \left(\frac{x_i}{s}\right)^{a_i}$$

für alle Auflösungen dieser Gleichung annimmt, oder was dasselbe ist, diese Wahrscheinlichkeit ist dem Coefficienten von t^x in der Entwickelung der Potenz

$$\left(\frac{x_1}{s}\, t + \frac{x_2}{s}\, t^2 + \frac{x_3}{s}\, t^3 + \,.\,.\,.\, + \frac{x_i}{s}\, t^i\right)^n$$

gleich, welche Potenz der in 6 angenommenen Bezeichnung gemäss durch $\left(\frac{T}{s}\right)^n$ vorgestellt werden kann. Ist endlich auch die Anzahl n der gezogenen Kugeln willkührlich, wenn nur die Summe ihrer

Nummern = x wird, so wird die Wahrscheinlichkeit dieses Erfolges offenbar durch den Coefficienten von t^x in der Summe

$$\frac{T}{s} + \left(\frac{T}{s}\right)^2 + \left(\frac{T}{s}\right)^3 + \ldots$$

angegeben, wobei es einerlei ist, ob man dieselbe bis zum Gliede $\left(\frac{T}{s}\right)^x$ oder in das Unendliche fortsetzt, und das Resultat keine Aenderung erleidet, wenn man auch noch die Einheit zu derselben addirt. Man kann daher sagen, die Wahrscheinlichkeit des letzterwähnten Erfolges werde durch den Coefficienten von t^x in der unendlichen Reihe

$$1 + \frac{T}{s} + \left(\frac{T}{s}\right)^2 + \left(\frac{T}{s}\right)^3 + \text{etc.} = \left(1 - \frac{T}{s}\right)^{-1}$$

gemessen.

Aus demselben Grunde ist die Wahrscheinlichkeit aus der vorhandenen Menge von Kugeln durch wiederholte Züge genau die Summe x' darzustellen dem Coefficienten von $\Theta^{x'}$ in der Entwickelung des Ausdruckes

$$\left(1 - \frac{\Theta}{s}\right)^{-1}$$

gleich, worin Θ dieselbe Bedeutung hat, wie in 6.

Es wird demnach die Wahrscheinlichkeit in einer ersten Reihe von Zügen die Summe x, und zugleich in einer zweiten Reihe von Zügen die Summe x' unter der Voraussetzung erscheinen zu sehen, dass jede gezogene Kugel sogleich wieder zu den übrigen hinzu komme, durch den Coefficienten von $t^x\,\Theta^{x'}$ in der Entwickelung des Productes

$$\left(1-\frac{T}{s}\right)^{-1}\left(1-\frac{\Theta}{s}\right)^{-1}$$

angezeigt, ein Ergebniss, welches von dem in 6 gefundenen Näherungswerthe der Wahrscheinlichkeit p um so weniger abweicht, je weniger sich der Bruch $\frac{s+1}{s}$ von der Einheit entfernt, d. h. je grösser s ist.

Dass die Wahrscheinlichkeit, in den beiden Reihen von Zügen die Summen x und x′ zu erhalten, bei einer grossen Menge von Kugeln jeder Gattung beinahe dieselbe bleibt, man mag die bereits gezogenen Kugeln zurückstellen oder nicht, ist für sich evident, und daher kann das so eben gefundene Resultat als eine Bestätigung der Richtigkeit der in 6 auseinander gesetzten Annäherungs-Methode dienen.

8.

Poisson findet, indem er die numerischen Werthe der Grössen s, x_1, x_2, x_3 . . . x_i, welche am Anfange der ersten Parthie bei dem Spiele trente et quarante Statt finden, nämlich

$s = 312$, $x_1 = x_2 = x_3 =$ etc. $= x_8 = x_9 = 24$, $x_{10} = 96$

in die so eben entwickelten Formeln einführt, wenn bloss das erste Glied des obigen Ausdruckes für $\int Ydy$ berücksichtiget wird, die Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens der Summe 31 in beiden Zügen der ersten Parthie $= 0{,}021993$; mit Hülfe des zweiten Gliedes von $\int Ydz$ erhält er diese Wahrscheinlichkeit $= 0{,}021967$. — Die folgenden Glieder von $\int Ydy$ haben auf die sechste Decimalstelle des Resultates keinen Einfluss.

Da die Gruppirung der Kartenblätter, welche in den Zügen der ersten Parthie erscheint, bei einer andern Mischung derselben sich in jeder folgenden Parthie hätte einstellen können, so ist, ehe das Spiel beginnt, die Wahrscheinlichkeit bei irgend einer Parthie eine Wiederhohlung der Summe 31 zu erhalten, der in Bezug auf die erste Parthie berechneten Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses vollkommen gleich. Die erwähnte Wahrscheinlichkeit wechselt während des Spiels nur für jene Personen, welche von den bereits gezogenen Karten genaue Kenntniss haben.

Sollte also der Banquier auf den ihm sonst zugestandenen Vortheil gegen eine billige Entschädigung Verzicht leisten, so müsste jeder Spieler demselben, ehe das Spiel beginnt, bei jeder einzelnen Parthie, die ungültigen mitgerechnet, eine Abgabe von ungefähr 0,022 Theilen seines halben oder von 11 Tausendtheilen seines ganzen Einsatzes zusichern.

II. Beweis der Unmöglichkeit eine vollständige algebraische Gleichung mit einer unbekannten Grösse, deren Grad den vierten übersteigt, durch eine geschlossene algebraische Formel aufzulösen.

(Nach Paolo Ruffini's Rifflessioni intorno alla soluzione delle equazioni algebraiche generali. Modena 1813.)

In dem ersten Hefte des von Crelle kürzlich eröffneten Journales für die reine und angewandte

Mathematik wird ein scharfsinniger Aufsatz von Abel mitgetheilt, worin die Unmöglichkeit algebraische Gleichungen vom fünften Grade allgemein aufzulösen, erwiesen, und dem zu Folge auch die Unmöglichkeit der Auflösung algebraischer Gleichungen von höheren Graden ausgesprochen wird. Da es vortheilhaft ist, einen so wichtigen und interessanten Gegenstand von mehreren Seiten zu betrachten, so glauben wir unsern Lesern einen kleinen Dienst zu erzeigen, wenn wir hier den von Ruffini herrührenden, und, wie es scheint, wenig bekannten Beweis des oben genannten Theorems in Erinnerung bringen, und denselben durch eine möglichst deutliche Auseinandersetzung seiner Gründe, auch Anfängern im Studium der höhern Mathematik zugänglich machen.

Ruffini hat sich zu wiederholten Malen bemüht, einen überzeugenden Beweis des erwähnten Satzes zu Stande zu bringen. Schon in seiner grösstentheils auf Lagrange's tiefsinnige Forschungen (Mémoires de Berlin 1770. 1771) gebauten *Teoria generale delle equazioni*, Bologna 1799 parte VI Capo 13 versuchte er die Unmöglichkeit der allgemeinen Auflösung der Gleichungen vom fünften Grade zu rechtfertigen. In den *Memorie di matematica e di Fisica della societa italiana delle science* Tomo X parte VI gab er einen dieser Societät gegen das Ende des Jahres 1802 vorgelegten neuen Beweis desselben Satzes, welchen er auch auf die Gleichungen der höheren Grade ausdehnte. Diese beiden Beweise gehen darauf aus, zu zeigen, dass die geforderte Auflösung der Gleichungen auf keinem sich dazu darbietenden Wege gelin-

gen kann. Nachdem Ruffini in späteren Abhandlungen noch öfters diesen Gegenstand berührte, erschienen seine oben angeführten *Riflessioni*, welche die Unmöglichkeit einer allgemeinen Auflösungsformel der algebraischen Gleichungen von höheren Graden als dem vierten *a priori* darthun. Die *Memorie dell' imperiale reale istituto del regno Lombardo-Veneto* vol. I. (Anni 1812 et 1813) Milano 1819. enthalten auch eine von Antonio Caccianino varfasste Darstellung der Hauptpuncte dieses Beweises, welche uns jedoch weniger befriedigend zu seyn scheint, als die ursprünglich von Ruffini gewählte Form desselben.

1.

Es sey

(1) $x^m + Ax^{m-1} + Bx^{m-2} + Cx^{m-3} + \ldots Hx + K = 0$

eine vollständige geordnete Gleichung vom mten Grade, in welcher die Coefficienten der successiven Potenzen der unbekannten Grösse x keine bestimmten numerischen Werthe besitzen und von einander gänzlich unabhängig sind; ferner seyen

$$a, b, c, \ldots\ldots h, k$$

die m Wurzeln dieser Gleichung, so ist bekanntlich A die Summe der Grössen

$-a, -b, -c, \ldots -h, -k$; B ist die Summe ihrer Amben, C die Summe ihrer Ternen u. s. w., endlich k ihr Product.

Wird nun der Gleichung (1) Genüge geleistet, wenn man

(2) $$x = \varphi(A, B, C, \ldots H, K)$$

setzt, wobei φ eine algebraische Function der Coef-

ficienten A, B, C, . . . H, K andeutet, so muss die Function

$$\varphi\ (A, B, C, \ldots H, K)$$

wenn man in derselben A, B, C, . . . H, K durch die Wurzeln a, b, c . . . h, k ausdrückt, unabhängig von jeder speciellen Bedeutung dieser Wurzeln durch blosse Reduction ihrer Glieder, sich auf eine der Grössen a, b, c, . . . h, k zusammenziehen lassen.

Nehmen wir an, sie reducire sich auf a. Verwechselt man, nachdem die Grössen a, b, c, . . . h, k auf die so eben beschriebene Weise in die Formel (2) eingeführt worden sind, die Grössen b, c, . . . h, k unter einander nach Belieben, so gibt diese Formel offenbar das vorige Resultat $x = a$; sie geht aber in $x = b$ oder in $x = c$ über u. s. w., wenn b oder wenn c u. s. w. an die Stelle von a tritt.

Alles hier Gesagte lässt sich leicht durch die Betrachtung der bekannten Auflösungsformel für die quadratischen Gleichungen, und wenn man die etwas längere Rechnung nicht scheut, auch durch jene für die cubischen Gleichungen anschaulich machen.

2.

Da die Coefficienten A, B, C, . . . H, K symmetrische Functionen der Wurzeln a, b, c, . . . h, k sind, so würde die Formel (2) nach vollbrachter Einführung dieser Wurzeln symmetrisch ausfallen, also bei allen gegenseitigen Vertauschungen der Grössen a, b, c, . . . h, k nur eines einzigen Resultates fähig seyn, wenn sie keine Wurzelgrössen enthielte,

welche nach verrichteter Extraction unsymmetrische Functionen von a, b, c, . . . h, k geben.

Da wir hier voraussetzen, die Formel (2) sey auf den einfachsten Ausdruck gebracht, welchen sie anzunehmen vermag, so werden die in derselben angedeuteten Extractionen von Wurzeln sich nicht wirklich vornehmen lassen, so lange in derselben A, B, C . . . H, K stehen. Allein sie müssen sich nach der Substitution der diesen Coefficienten gleichgeltenden Functionen von a, b, c . . . h, k schon aus dem Grunde wirklich bewerstelligen lassen, weil sonst die Formel (2) nicht durch blosses gegenseitiges Aufheben ihrer Glieder sich auf eine der Grössen a, b, c, . . . h, k reduciren liesse, und Radicalien, welche sich als solche tilgen, schon früher, als noch A, B, C, . . . H, K in der Formel vorhanden waren, hätten aufgehoben werden können.

Es seyen nun P, P′, P″, P‴ . . . was immer für algebraische rationale Functionen von A, B, C, ... H, K; ferner p, p′, p″, p‴ . . . positive ganze Zahlen, und α, α', α'', α''' . . . beziehungsweise was immer für Wurzeln der Gleichungen $z^p - 1 = 0$, $z^{p'} - 1 = 0$, $z^{p''} - 1 = 0$, $z^{p'''} - 1 = 0$ etc., d. h. Werthe der p^{ten}, p'^{ten}, p''^{ten}, p'''^{ten} etc. Wurzel der Einheit; endlich setze man $\alpha\sqrt[p]{P} = Q$, $\alpha'\sqrt[p']{P'} = Q'$, $\alpha''\sqrt[p'']{P''} = Q''$, $\alpha'''\sqrt[p''']{P'''} = Q'''$ u. s. w.

Eben so seyen F, F′, F″, F‴ . . . was immer für algebraische rationale Functionen aller mit P und Q bezeichneten Functionen, ferner q, q′, q″, q‴ . . . ganze positive Zahlen und β, β', β'', β''' . . . beziehungsweise Wurzeln der Gleichungen $z^q - 1 = 0$,

$z^{q'} - 1 = 0$, $z^{q''} - 1 = 0$, $z^{q'''} - 1 = 0$ etc.; endlich setze man $\beta\sqrt[q]{F} = R$, $\beta'\sqrt[q']{F'} = R'$, $\beta''\sqrt[q'']{F''} = R''$, $\beta'''\sqrt[q''']{F'''} = R'''$ etc.

Auf gleiche Weise seyen $F_{,}$, $F_{,}'$, $F_{,}''$, $F_{,}'''$, ... was immer für algebraische rationale Functionen aller mit P, Q, R bezeichneten Functionen und im Sinne der obigen Bezeichnungen

$\gamma\sqrt[r]{F_{,}} = S$, $\gamma'\sqrt[r']{F_{,}'} = S'$, $\gamma''\sqrt[r'']{F_{,}''} = S''$ etc. u. s. w.

so ist keine irrationale algebraische Function von A, B, C, ... H, K denkbar, welche nicht als eine algebraische rationale Function der Grössen betrachtet werden könnte, welche wir oben durch die Buchstaben P, Q, R, S.... vorgestellt haben, daher wird diese Vorstellung auch auf die Formel (2) anwendbar seyn.

Man denke sich nun überall A, B, C, ... H, K durch a, b, c....h, k ausgedrückt und alle Wurzel-Extractionen verrichtet, so kann bewiesen werden, dass die in der Formel (2) erscheinende Function φ(A, B, C, ... H, K), sobald die Anzahl der Grössen a, b, c, ... h, k grösser ist als 4, d. h. sobald die Gleichung (1) von einem höheren Grade ist, als dem vierten, keine Aenderung erleidet, wenn man jede drei beliebige dieser Grössen a, b, c...h, k untereinander vertauscht.

Diesem widerspricht aber die oben auseinander gesetzte Beschaffenheit der Function φ(A, B, C.... H, K). Reducirt sich nämlich diese Function nach Einführung der Grössen a, b, c...h, k auf die Grösse a, so muss sie, wenn man drei dieser Grössen wor-

unter sich a befindet, z. B. a, b, c, unter einander verwechselt, was auf zwei Arten geschehen kann, indem kurz zu sprechen, die Stellung a, b, c entweder in b, c, a oder in c, a, b übergeht, nunmehr entweder den Werth b oder den Werth c darbieten.

Hieraus ergibt sich ohne allen Zweifel die Folgerung, dass die erwähnte Auflösungsformel (2) für Gleichungen, deren Grad den vierten überschreitet, unmöglich ist.

3.

Dass jede algebraische rationale Function der Grössen P, Q, R, S insofern diese letzteren als Functionen von a, b, c ... h, k dargestellt erscheinen, sobald die Anzahl der Grössen a, b, c ... h, k grösser ist als 4, bei jeder gegenseitigen Vertauschung dreier dieser letzteren Grössen ungeändert bleibt, ist bewiesen, wenn wir zeigen, dass überhaupt die durch wirkliche Extraction gewonnene pte Wurzel aus einer rationalen Function U der Grössen a, b, c .. h, k durch keine gegenseitige Vertauschung dreier dieser Grössen geändert wird, wenn diese Eigenschaft der Function U selbst zukommt, und die Anzahl gedachter Grössen mehr als 4 beträgt.

Es seyen a, b, c die drei zu vertauschenden Grössen, und in Bezug auf eine anfängliche Stellung derselben

$$\sqrt[p]{U} = \Omega.$$

Die aus dieser Voraussetzung folgende Gleichung $\Omega^p = U$ ist eine identische, d. h. sie besteht unabhängig von jeder speciellen Bedeutung der Grössen

a, b, c...h, k, daher muss sie auch fort bestehen, wenn man die Grössen a, b, c in die neuen Stellungen b, c, a und c, a, b versetzt. Es gehe hierdurch Ω in Ω' und Ω'' über, so hat man, weil U dabei ungeändert bleibt, auch $(\Omega')^p = U$ (und $(\Omega'')^p = U$, folglich sind Ω' und Ω'' ebenfalls Werthe der pten Wurzel aus U. Allein jeder Werth der pten Wurzel aus einer Grösse U lässt sich aus jedem andern Werthe dieser Wurzel ableiten, wenn man den letztern mit einem schicklichen Werthe der pten Wurzel aus der Einheit multiplicirt; daher hat man, wenn man diesen Werth von $\sqrt[p]{1}$ durch α vorstellt, $\Omega' = \alpha\Omega$; und weil Ω'' aus Ω' nach demselben Permutationsgesetze entspringt, wie Ω' aus Ω, aus demselben Grunde $\Omega' = \alpha\Omega' = \alpha^2\Omega$. Vertauscht man die Grössen a, b, c in Ω'' auf dieselbe Weise, auf welche sie ihre Stellung bei dem Uebergange von Ω auf Ω' und von Ω' auf Ω'' geändert haben, so erhalten sie ihre ursprüngliche Stellung wieder zurück und Ω'' verwandelt sich desshalb wieder in Ω, daher hat man auch $\Omega = \alpha\Omega''$, d. h. $\Omega = \alpha^3\Omega$, folglich $\alpha^3 = 1$.

Man nehme nun zu den drei Grössen a, b, c, noch zwei andere z. B. d, e hinzu, so wird U nicht geändert, wenn erstlich die Stellung a, b, c, d, e in b, c, a, d, e übergeht, denn hier haben nur die drei Grössen a, b, c ihre Stellen gewechselt, was auf den Werth von U keinen Einfluss ausübt. Ferner ändert sich U nicht, wenn die Stellung b, c, a, d, e in b, c, d, e, a umgeändert wird, denn hier haben wieder nur drei Grössen a, d, e ihre Stellen vertauscht; daher erleidet U keine Aenderung wenn die anfängliche Stellung a, b, c, d, e sogleich durch b, c, d,

e, a ersetzt wird. Bildet man nun die Vertauschungen

a, b, c, d, e
b, c, d, e, a
c, d, e, a, b
d, e, a, b, c
e, a, b, c, d
a, b, c, d, e

wovon jede folgende aus der vorhergehenden nach einem und demselben Permutationsgesetze entspringt, und wie man sieht die 6te Stellung wieder der ersten gleich wird; so kann U, weil die Form dieser Function so beschaffen ist, dass die erste Umtauschung der fünf Grössen a, b, c, d, e ihren Werth ungeändert lässt, gerade dieser Form wegen auch durch die übrigen Umtauschungen keine Aenderung erfahren. Nennt man nun ω', ω'', ω''', ω^{IV}, ω^{V} die diesen Vertauschungen entsprechenden Werthe von Ω, so sind auch ω', ω'', ω''', ω^{IV}, wie sich durch die oben gebrauchte Schlussweise zeigen lässt, Werthe von $\sqrt[p]{U}$, folglich hat man, wenn β einen Werth von $\sqrt[p]{1}$ bedeutet,

$$\omega' = \beta\Omega,\ \omega'' = \beta\omega' = \beta^2 x,\ \omega''' = \beta\omega'' = \beta^3 x,\ \omega^{\text{IV}} = \beta\omega''' = \beta^4 x$$

endlich $\omega^{\text{V}} = \beta\omega^{\text{IV}} = \beta^5 x$. Aber es ist $\omega^{\text{V}} = \Omega$, weil die Grössen a, b, c, d, e in ω^{V} dieselbe Stellung haben wie in Ω, folglich ist $\Omega = \beta^5\Omega$ und daher $\beta^5 = 1$.

Aus Ω', worin die Grössen a, b, c, d, e in der Stellung b, c, a, d, e erscheinen, leite man Ω'_1 nach demselben Gesetze ab, nach welchem Ω in ω' übergeht; so erhalten die genannten Grössen in Ω'_1 die Stellung c, a, d, e, b; ferner ist aus dem früher erwähnten Grunde Ω'_1 ein Werth von $\sqrt[p]{U}$ und $\Omega'_1 = \beta\Omega'$ $= \alpha\beta\Omega$. Man bilde nach der bei dem Uebergange von

Ω auf Ω'_1 ersichtlichen Permutationsregel die Vertauschungen

a, b, c, d, e
c, a, d, e, b
d, c, e, b, a
e, d, b, a, c
b, e, a, c, d
a, b, c, d, e

und nenne Ω'_2, Ω'_3, Ω'_4, Ω'_5 die der dritten, vierten, fünften und sechsten Stellung gehörenden Werthe von Ω, so ist gleichfalls

$$\Omega'_2 = \alpha\beta\Omega'_1 = \alpha^2\beta^2\Omega, \quad \Omega'_3 = \alpha\beta\Omega'_2 = \alpha^3\beta^3\Omega$$

$$\Omega'_4 = \alpha\beta\Omega_3 = \alpha_4\beta_4\Omega, \quad \Omega_5 = \alpha\beta\Omega_4 = \alpha^5\beta^5\Omega.$$

Allein man hat $\Omega_5 = \Omega$, folglich ist $\alpha^5\beta^5 = 1$.

Nun ist, wie wir oben gefunden haben $\beta^5 = 1$, daher muss auch $\alpha^5 = 1$ seyn. Dividirt man diese Gleichung durch $\alpha^3 = 1$, so folgt $\alpha^2 = 1$, und aus diesen zwei letzteren Gleichungen ergibt sich $\alpha = 1$.

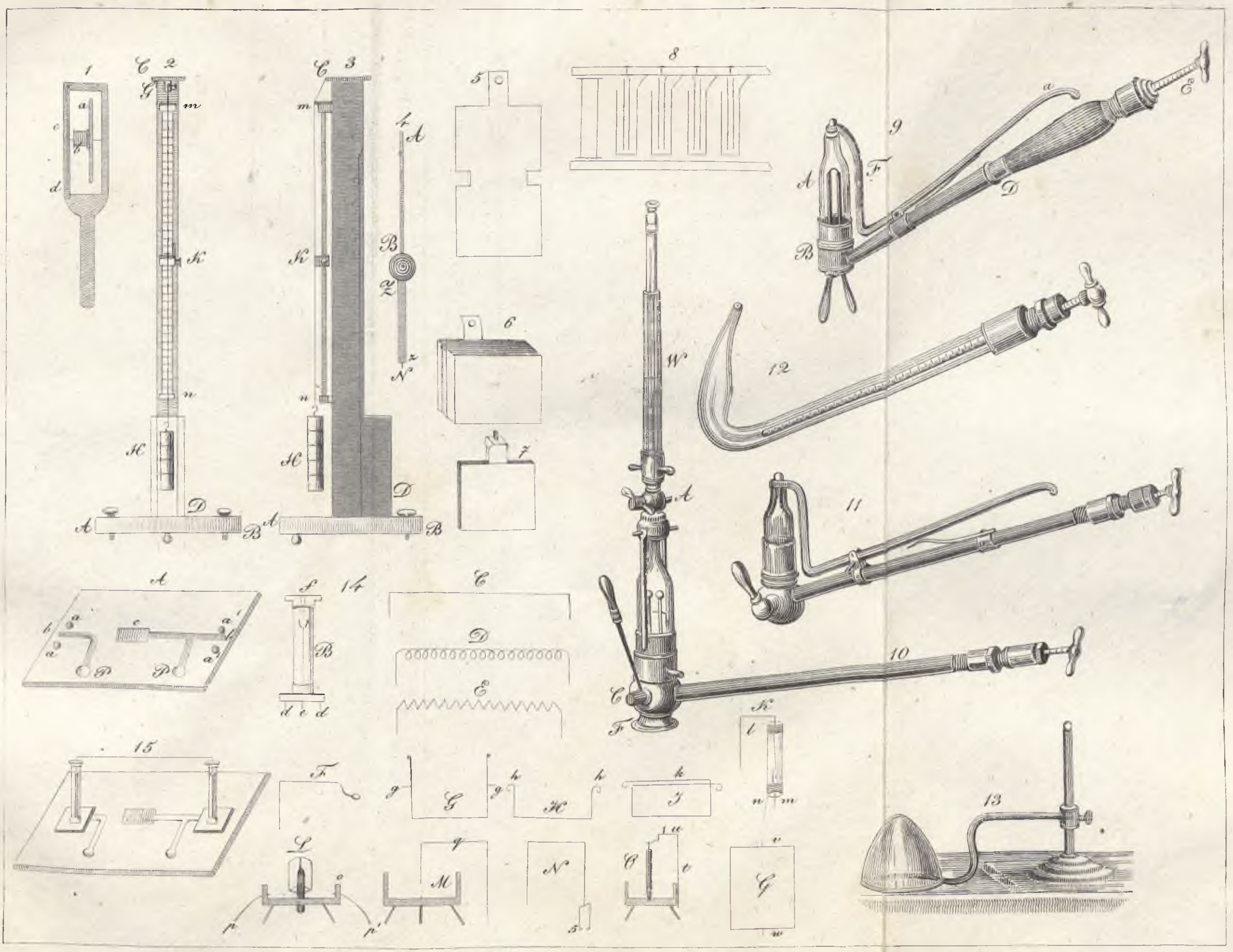
Wir gelangen somit endlich zu dem oben aufgestellten Satze, dessen Beweis durch das Stattfinden der Gleichung

$$\Omega = \Omega' = \Omega''$$

gegeben ist.

Untersucht man den Grund dieses Beweises, so findet man denselben nicht anwendbar, wenn die Anzahl der Grössen a, b, c . . . h, k geringer ist als 5. So gilt, wenn U bloss eine Function von drei Grössen a, b, c vorstellt, zwar die Gleichung $\alpha^3 = 1$, allein aus derselben folgt nur dann $\alpha = 1$, wenn der Wurzelexponent p den Factor 3 nicht enthält.

Auch sind die hier gemachten Schlüsse nicht zulässig wenn, von einer unvollständigen Gleichung die Rede ist, da unter den Wurzeln derselben Bedingungsgleichungen obwalten.


1
2
3
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15